

DOI: 10.21209/2658-7114  
DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3

ISSN 2658-7114 (Print)  
ISSN 2542-0070 (Online)

**2020. Том 15, № 3**

**2020. Vol. 15, No. 3**

# Учёные записки

Забайкальского государственного университета

## Scholarly Notes Of Transbaikal State University

### УЧРЕДИТЕЛЬ И ИЗДАТЕЛЬ

Федеральное государственное  
бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Забайкальский государственный  
университет»

672039, Россия, Забайкальский край,  
г. Чита, ул. Александрo-Заводская, 30

### АДРЕС РЕДАКЦИИ

672007, Россия, Забайкальский край,  
г. Чита, ул. Бабушкина, 129  
Тел.: 8 (3022) 35-24-79  
Факс: 8 (3022) 41-64-44

### FOUNDER AND PUBLISHER

Federal State Budgetary  
Educational Institution  
of Higher Education  
"Transbaikal State  
University"

30 Aleksandro-Zavodskaya st.,  
Transbaikal Territory, 672039, Russia

### EDITORIAL OFFICE ADDRESS

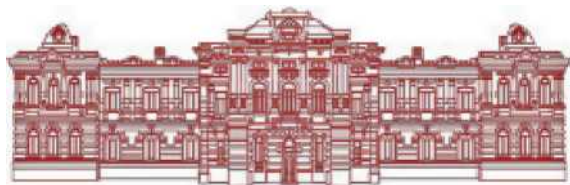
129 Babushkina st., Chita,  
Transbaikal Territory, 672007, Russia  
Tel. number: 8 (3022) 35-24-79  
Fax: 8 (3022) 41-64-44

**E-mail: [zab-nauka@mail.ru](mailto:zab-nauka@mail.ru)**

**<http://www.uchzap.com>**

# Учёные записки

Забайкальского  
государственного  
университета



# Scholarly Notes of Transbaikal State University

## *Uchenye Zapiski Zabaikal'skogo Gosudarstvennogo Universiteta*

**Научный журнал**  
Основан в 1957 г.  
Выходит пять раз в год

**Scientific Journal**  
Founded in 1957  
Published five times per year

**Журнал зарегистрирован**  
Федеральной службой по надзору  
в сфере связи, информационных технологий  
и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

**Свидетельство о регистрации**  
ПИ № ФС77-71825 от 08.12.2017

**Направление номера журнала**  
*Физика, математика, техника, технология*

**Редакция** журнала руководствуется положением Гражданского кодекса РФ по авторскому праву, международными стандартами редакционной этики, лицензией Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная



**Подписной индекс** журнала  
в «Пресса России» **42408**

**Размещение и индексация журнала:**  
Научная электронная библиотека (РИНЦ), CrossRef, Винити РАН, Университетская библиотека онлайн, КиберЛенинка, Ulrich's Periodicals Directory, Open Academic Journals Index, IPRbooks, Index Copernicus, ИВИС, Citefactor

Журнал представляет собой сборник оригинальных и обзорных научных статей, посвящённых аналитическому решению задач математической физики в областях, содержащих плёночные включения и плёночные покрытия, задач оптимизации, математической теории игр; работы по экспериментальной физике: исследованию ледяных покровов, проблемам добычи полезных ископаемых, а также работы по различным инженерным технологиям.

Материалы журнала будут интересны широкой научной общественности, преподавателям вузов, аспирантам, студентам, деятелям культуры и образования.

**The journal is registered**  
by the Federal Supervision Service in the Field  
of Communications, Information Technology  
and Mass Communications (Roskomnadzor)

**Registration certificate**  
ПИ № ФС77-71825 от 08.12.2017

**Journal Issue direction**  
*Physics, Mathematics, Engineering, Technology*

**The editorial board** is guided by the provisions of the Civil Code of the Russian Federation on Copyright, international editorial ethics standards, Creative Commons license «Attribution» («Attribution») 4.0 Universal



**Subscription index** of the journal  
in "Press of Russia" **42408**

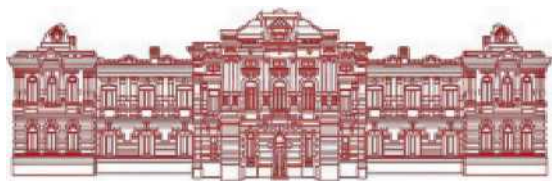
**Journal indexing:**  
Russian Science Citation Index (RSCI), CrossRef, VINITI RAS, University library online, CyberLeninka, Ulrich's Periodicals Directory, Open Academic Journals Index, IPRbooks, Index Copernicus, IVIS, Citefactor

The journal is a collection of original and review scientific papers on analytical solution of mathematical physics problems in the fields containing film inclusions and film coatings, optimization problems, mathematical theory of games, works on experimental physics: the study of ice sheets, problems of mining, as well as works on various engineering technologies.

Materials will be interesting to the wide scientific community, university professors, postgraduate students, students, workers in culture and education.

# Учёные записки

Забайкальского  
государственного  
университета



# Scholarly Notes of Transbaikal State University

## *Uchenye Zapiski Zabaikal'skogo Gosudarstvennogo Universiteta*

### Редакционная коллегия

#### Выпускающий редактор

**С. Е. Холодовский**, доктор физико-математических наук, профессор (Чита, Россия);

#### Члены редколлегии

**П. Б. Авдеев**, доктор технических наук, профессор (Чита, Россия);

**В. Е. Архинчев**, доктор физико-математических наук, профессор (Улан-Удэ, Россия);

**В. В. Мазалов**, доктор физико-математических наук, профессор (Петрозаводск, Россия);

**Ю. М. Овешников**, доктор технических наук, профессор (Чита, Россия);

**М. И. Эпов**, доктор технических наук, профессор, академик РАН, Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН (Новосибирск, Россия)

#### Главный редактор

**И. В. Ерофеева**, доктор филологических наук, доцент

#### Ответственный секретарь

**Е. В. Седина**, кандидат культурологии

Редактор О. Ю. Галченко,  
редактор перевода В. М. Ерёмина,  
вёрстка Г. А. Зенковой,

Подписано в печать 13.07.2020.

Дата выхода в свет 17.07.2020.

Формат 60 × 84 1/8. Бумага офсетная.

Гарнитура «Times».

Способ печати оперативный.

Усл. печ. л. 16,5. Уч.-изд. л. 11,6. Заказ № 20101.

Тираж 1000 экз. (1-й з-д 1–100 экз.).

Цена свободная

Отпечатано в ФГБОУ ВО «Забайкальский  
государственный университет»  
672039, Россия, г. Чита, ул. Александрo-Заводская, 30

© Забайкальский государственный  
университет, 2020

### Editorial Board

#### Main Handling Editor

**S. E. Kholodovskii**, Doctor of Physics and Mathematics, Professor (Chita, Russia);

#### Editorial board members

**P. B. Avdeev**, Doctor of Engineering Science, Professor (Chita, Russia);

**V. E. Arkhincheev**, Doctor of Physics and Mathematics, Professor (Ulan-Ude, Russia);

**V. V. Mazalov**, Doctor of Physics and Mathematics, Professor (Petrozavodsk, Russia);

**Y. M. Oveshnikov**, Doctor of Engineering Science, Professor (Chita, Russia);

**M. I. Epov**, Doctor of Engineering Science, Professor, Academician of the Russian Academy of Sciences, Institute of Oil and Gas Geology and Geophysics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences (Novosibirsk, Russia)

#### Editor-in-chief

**I. V. Erofeeva**, Doctor of Philology, Associate Professor

#### Executive Secretary

**E. V. Sedina**, Candidate of Culturology

Corrector O. Yu. Gapchenko,  
Editor of the English Translation V. N. Eremina,  
Make-up G. A. Zenkova,

Signed to print 13.07.2020.

Date of publication 17.07.2020.

Format 60 × 84 1/8. Offset paper. Headset "Times".

Operative printing.

Conv. quires 16,5. Ed.-print quires 11,6. Order № 20101.

Circulation 1000 copies. (first impression 1–100 copies).

Free price

Printed by FSBEI HE "Transbaikal  
State University"  
672039, Russia, Chita, 30 Aleksandro-Zavodskaya st.

© Transbaikal State University, 2020

# СОДЕРЖАНИЕ

## ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

<i>Ахунов А. А., Тукмаков Д. А.</i> Численное исследование распространения ударной волны предельно малой интенсивности из чистого газа в электрически заряженную запылённую среду .....	6
<i>Толпаев В. А., Ахмедов К. С., Петросянц М. Т.</i> Математические модели расчётов прогнозной производительности газовых скважин по кривым «дебит – накопленный отбор» .....	19
<i>Холодовский С. Е.</i> О решении задачи Дирихле в полуплоскости для дивергентных уравнений с кусочно-гладкими коэффициентами .....	38
<i>Холодовский С. Е., Ефимова Е. А.</i> Задача Дирихле в полосе для дивергентных уравнений с монотонными разрывными коэффициентами. Случаи решений в конечном виде .....	46

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ. ЭКСПЕРИМЕНТ

<i>Акселевич В. И., Мазуров Г. И., Тарабукин И. А., Хайруллин К. Ш.</i> Климатические масштабы и репрезентативность аэрологических наблюдений применительно к мезоклиматическим прогностическим моделям .....	52
<i>Березин С. Я.</i> Параметры процесса пластической деформации при внутреннем резьбовыдавлении .....	75
<i>Бордонский Г. С.</i> Особенности физических характеристик воды вблизи нуля градусов Цельсия .....	85
<i>Венславский В. Б.</i> Предложения для внесения поправок в стандарт по электротехнике .....	94
<i>Железняк И. И., Ивин И. А., Гурулев А. А.</i> Термоупругая модель криогенного пучения грунта в условиях юга криолитозоны .....	102
<i>Номоконова О. В.</i> Об одном подходе к прогнозированию условий возникновения лесных пожаров .....	117
<i>Орлов А. О.</i> Обнаружение льда 0 в различных искусственных и природных средах .....	122

## НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

Из поколения победителей .....	134
К 70-летию юбилею Владимира Александровича Толпаева .....	136

# CONTENTS

## PROBLEMS OF MATHEMATICAL PHYSICS. ANALYTICAL METHODS

<i>Akhunov A. A., Tukmakov D. A.</i> A Numerical Study of the Propagation of a Shock Wave of Extremely Low Intensity from a Pure Gas into an Electrically Charged Dusty Medium .....	6
<i>Tolpaev V. A., Ahmedov K. S., Petrosyants M. T.</i> Mathematical Models for Calculating the Forecast Gas Well Performance by Curves "Flow Rate – Accumulated Production" .....	19
<i>Kholodovskii S. Ye.</i> On the Solution of the Dirichlet Problem in the Half-Plane for Divergent Equations with Piecewise Smooth Coefficients .....	38
<i>Kholodovskii S. Ye., Efimova I. A.</i> On the Solution of the Dirichlet Problem in the Half-Plane for Divergent Equations with Piecewise Smooth Coefficients. Cases of the Solution to the Problem in the Final Form .....	46

## MATHEMATICAL MODELS. EXPERIMENT

<i>Akselevich V. I., Mazurov G. I., Tarabukin I. A., Khairullin C. Sh.</i> Climatic Scales and Representativeness of Aerological Observations in Relation to Mesoclimatic Prognostic Models .....	52
<i>Berezin S. Ya.</i> Parameters of Plastic Deformation Process During Internal Thread Tapping .....	75
<i>Bordonskiy G. S.</i> Features of the Physical Characteristics of Water Near Zero Degrees Celsius .....	85
<i>Venslavsky V. B.</i> Proposals for Amendments in the Standard for Electrical Engineering .....	94
<i>Zheleznyak I. I., Ivin I. A., Gurulev A. A.</i> Thermoelastic Model of Cryogenic Heaving of Finely Dispersed Soil .....	102
<i>Nomokonova O. V.</i> About one Forecasting Approach Forest Fire Conditions....	117
<i>Orlov A. O.</i> Detection of Ice 0 in Various Synthetic and Natural Environments ...	122

## SCIENTIFIC LIFE

From the Generation of Winners .....	134
To the 70th Birthday Anniversary Vladimir Aleksandrovich Tolpaev .....	136

**ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ.  
АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ**

**PROBLEMS OF MATHEMATICAL PHYSICS.  
ANALYTICAL METHODS**

УДК 51-72;533;537

DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-6-18

*Адель Айратович Ахунов<sup>1</sup>,*

*аспирант,*

*Казанский национальный исследовательский  
технический университет им. А. Н. Туполева,  
(420111, Россия, г. Казань, ул. К. Маркса, 10),*

*e-mail: Ahunov.Adel@yandex.ru*

*ORCID: 0000-0001-9216-4675*

*Надежда Алексеевна Тукмакова<sup>2</sup>,*

*преподаватель,*

*Казанский национальный исследовательский  
технический университет им. А. Н. Туполева,  
(420111, г. Казань, ул. К. Маркса, 10),*

*e-mail: nadejdatukmakova@yandex.ru*

*Дмитрий Алексеевич Тукмаков<sup>3</sup>,*

*кандидат физико-математических наук,*

*Казанский научный центр Российской академии наук  
(420111, г. Казань, ул. Лобачевского, 2/31),*

*e-mail: tukmakovDA@imn.knc.ru,*

*ORCID: 0000-0002-0335-8548*

**Численное исследование распространения ударной волны  
предельно малой интенсивности из чистого газа  
в электрически заряженную запылённую среду<sup>4</sup>**

В данной работе рассматривается распространение ударной волны предельно малой интенсивности из чистого газа в гетерогенную смесь, состоящую из твердых частиц, взвешенных в газе и имеющих электрический заряд. Используемая математическая модель

<sup>1</sup> А. А. Ахунов систематизировал материал статьи.

<sup>2</sup> Н. А. Тукмаков систематизировал материал статьи.

<sup>3</sup> Д. А. Тукмаков: написание текста статьи, проведение численных расчётов, доработка программной реализации численной модели динамики электрически заряженной запылённой среды.

<sup>4</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 19-01-00442 «Особенности и эффекты волновой динамики многофазных сред»), а также при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках исполнения обязательств по Соглашению номер 075-03-2020-051/3 от 09.06.2020 (номер темы fzsu-2020-0021).

учитывает скоростное и тепловое взаимодействие несущей и дисперсной компонент смеси. Силовое взаимодействие частиц и газа включало в себя силу Стокса, силу присоединённых масс, а также динамическую силу Архимеда. Несущая среда описывалась как вязкий сжимаемый теплопроводный газ. Уравнения математической модели решались явным конечно-разностным методом второго порядка точности, с применением схемы нелинейной коррекции сеточной функции. Система уравнений математической модели дополнялась граничными и начальными условиями для искомых функций. В результате численного моделирования выявлено, что в процессе движения электрически заряженной газозвеси наблюдаются существенные отличия в давлении и скорости газа, а также скорости дисперсной компоненты от аналогичных физических величин в течении газозвеси с электрически нейтральной дисперсной компонентой. Выявленные отличия параметров несущей среды при распространении ударной волны из чистого газа в нейтральную и электрически заряженную запылённую среду возникают вследствие силового взаимодействия газовой и твердой компоненты гетерогенной смеси, твердая компонента которой испытывает на себе воздействие силы Кулона.

**Ключевые слова:** численное решение, многофазные среды, межфазное взаимодействие, ударные волны, уравнение Навье – Стокса, внутренне электрическое поле, электрогидродинамика

**Введение.** Одним из разделов современной механики сплошной среды [3; 4] является динамика неоднородных сред [2; 6; 9–21]. При этом некоторые промышленные технологии требуют исследования движения электрически заряженных неоднородных сред [7; 8; 12]. Среда, состоящая из взвешенных в газе твердых частиц, или жидких капель, именуется газозвесью, и в случае если дисперсные включения твердые, то такие смеси называются запылёнными средами [2; 6]. Трудность проведения физических экспериментов с ударно-волновыми течениями запылённых сред приводит к необходимости математического моделирования таких течений [2; 4; 6].

В данной работе моделируется течение среды, представляющей собой электрически заряженную газозвесь монодисперсного состава. Предполагается, что все включения дисперсной фазы имеют одинаковый размер и состав, при этом со стороны несущей среды частицы находятся под действием силы аэродинамического сопротивления, динамической силы Архимеда, силы присоединённых масс [6, с. 57], а также в математической модели учитывается действие силы тяжести, действующей на частицы в одном из координатных направлений. При моделировании движения электрически заряженной монодисперсной газозвеси рассматривается сила Кулона, действующая со стороны электрического поля, которое создано распределённым зарядом твёрдой составляющей газозвеси.

**Методика исследований.** Для описания движения неоднородной среды применяется система уравнений динамики многоскоростной и многотемпературной газозвеси со скоростным скольжением фаз и межфазным теплообменом. Одним из наиболее важных параметров дисперсной компоненты гетерогенной смеси является «средняя плотность», представляющая собой произведение объёмного содержания дисперсной компоненты на физическую плотность материала дисперсной фазы [2; 6]. Физическая плотность материала дисперсных включений в процессе течения мно-

гофазной среды не изменяется. При этом объёмное содержание является функцией временной и пространственных переменных. Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье – Стокса [3; 4] для сжимаемого теплопроводного газа с учётом межфазного силового взаимодействия и теплообмена:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla(\rho_i \mathbf{V}_i) = 0, (i = 1, 2), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_1 \mathbf{V}_1^k}{\partial t} + \nabla^i(\rho_1 \mathbf{V}_1^k \mathbf{V}_1^i + \delta_{ik} \mathbf{p} - \tau_{ik}) = -\mathbf{F}_k + \alpha \nabla^k \mathbf{p}, (i, \mathbf{k} = 1, 2); \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_2 \mathbf{V}_2^k}{\partial t} + \nabla^i(\rho_2 \mathbf{V}_2^k \mathbf{V}_2^i) = -\mathbf{F}_k - \alpha \nabla^k \mathbf{p}, (i, \mathbf{k} = 1, 2); \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\mathbf{e}_1)}{\partial t} + \nabla^i(\mathbf{V}_1^i(\mathbf{e}_1 + p - \tau_{ii}) - \mathbf{V}_1^k \tau_{ki} - \lambda \nabla^i \mathbf{T}) = \\ = \mathbf{Q} - |\mathbf{F}_k|(\mathbf{V}_1^k - \mathbf{V}_2^k) + \alpha \nabla^k(\mathbf{p} \mathbf{V}_1^k), (i, \mathbf{k} = 1, 2); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\mathbf{e}_2)}{\partial t} + \nabla^k(\mathbf{e}_2 \mathbf{V}_2^k) = \mathbf{Q}, (\mathbf{k} = 1, 2), \mathbf{V}_i = [\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i]; i = 1, 2; \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mathbf{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mathbf{x}_2^2} = \rho_2 \mathbf{q}_0. \quad (6)$$

Тензор вязких напряжений несущей среды вычисляется следующим образом:

$$\tau_{11} = \left( 2 \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial \mathbf{x}_1} - \frac{2}{3} \nabla \mathbf{V}_1 \right), \tau_{22} = \left( 2 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial \mathbf{x}_2} - \frac{2}{3} \nabla \mathbf{V}_1 \right), \tau_{ik} = \tau_{ki} = \mu \nabla \mathbf{V}_i.$$

Межфазное силовое взаимодействие описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{x1} = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{2r} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (u_1 - u_2) + \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) + \\ + 0,5 \alpha \rho_2 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) - q_0 \rho_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x_1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{x2} = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{2r} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (u_1 - u_2) + \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) + \\ + 0,5 \alpha \rho_2 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) - q_0 \rho_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} - \alpha \rho_{20}. \end{aligned}$$



Компоненты вектора межфазного силового взаимодействия включают в себя силу аэродинамического сопротивления, силу Архимеда, силу присоединённых масс [6, с. 57], силу тяжести, действующую в направлении  $x_2$ , а также силу Кулона [8; 12]. Здесь  $p, \rho_1, u_1, v_1$  – давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей  $x_1$  и  $x_2$  соответственно;  $T_1, e_1$  – температура и полная энергия газа;  $\rho_2, T_2, e_2, u_2, v_2$  – средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости дисперсной фазы;  $F_k$  – составляющие вектора силового взаимодействия дисперсной фазы и несущей среды;  $k = 1, 2$ ;  $Q$  – тепловой поток между дисперсной фазой и несущей средой [2; 6; 11];  $\lambda$  и  $\mu$  – теплопроводность и вязкость несущей среды соответственно. Температура несущей среды находится

из уравнения  $T_1 = (\gamma - 1) \frac{\left(\frac{e_1}{\rho_1} + 0,5(u_1^2 + v_1^2)\right)}{R}$ , где  $R$  – газовая постоянная несущей фазы,  $\gamma$  – постоянная адиабаты. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как  $e_2 = \rho_2 C_p T_2$ , где  $C_p$  – удельная теплоёмкость единицы массы вещества дисперсной фазы. Тепловой поток между компонентами смеси описывается выражением:  $Q = \alpha^T 4\pi r^2 (T_1 - T_2) n = \frac{6\alpha Nu \lambda (T_1 - T_2)}{2r^2}$ ; здесь  $\alpha$  – коэффициент теплообмена на поверхности частица-несущая среда,  $n$  – концентрация частиц дисперсной фазы. Число Нуссельта определяется с помощью известной аппроксимации в зависимости от относительных чисел Маха, Рейнольдса и от числа Прандтля [2; 6; 11]:

$$M_{21} = \frac{|\bar{V}_1 - \bar{V}_2|}{c}, Re_{21} = \rho_1 \frac{|\bar{V}_1 - \bar{V}_2| 2r}{\mu}, Pr = \gamma C_p \mu \lambda,$$

$$Nu = 2 \exp(-M_{20}) + 0,459 Re_{20}^{0,55} Pr^{0,33}, 0 \leq M_{21} \leq 2, 0 \leq Re_{21} < 2 \cdot 10^5.$$

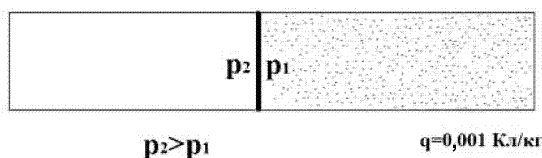
На границах расчётной области задавались граничные условия Дирихле для составляющих векторов скоростей и граничные условия Неймана для остальных функций [2; 9; 10; 15; 17; 19]. Составляющие силы Кулона на единицу объёма газозвеси определяются через её удельный заряд, объёмную плотность твёрдой фазы и напряжённость электрического поля. Потенциал электрического поля в расчётной области определяется из решения уравнения Пуассона с граничными условиями Дирихле – (5). В правой части уравнения Пуассона содержится плотность заряда газозвеси, отнесённая к абсолютной диэлектрической проницаемости несущей среды [8; 13; 19]:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho_{text}}{\epsilon \epsilon_0}, \mathbf{E} = -\bar{\nabla} \varphi, \Delta^2 \varphi = -\frac{\rho_{text}}{\epsilon \epsilon_0}, \rho_{text} = \rho_1 \cdot q, \epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}, \Phi/\text{м}$$

где  $q_0$  – удельный заряд единицы массы твёрдой фракции,  $\varphi$  – потенциал внутреннего электрического поля. Система уравнений динамики многофазной среды (1–4) решалась явным конечно-разностным методом Мак-Кормака [12, с. 450]. Шаг по времени вычислялся, исходя из условия Куранта – Фридрихса – Леви [Там же, с. 279]. Монотонность решения достигалась с помощью применения схемы коррекции [5, с. 78]

после перехода с предыдущего на новый временной слой  $-t = t^{n+1}$ . Алгоритм численного решения системы уравнений математической модели реализован на языке программирования *Fortran*. Уравнение Пуассона для потенциала электрического поля (5) решалось методом конечных разностей с помощью итерационной схемы метода установления [1, с. 192] на газодинамической расчётной сетке. В работе исследователя [15, с. 250] проведено сопоставление результатов расчётов нестационарных течений неоднородной среды, с применением описанной методики моделирования, с известными из литературы результатами численного моделирования, в которых применялся метод крупных частиц. Также результаты расчётов ударно-волновых течений запылённой среды явным конечно-разностным методом Мак-Кормака сопоставлены с результатами физического эксперимента [17, с. 72]. Сопоставление расчётов течений многофазных сред с численными расчётами, проведёнными на основе другой методики моделирования и результатами физического эксперимента, показали приемлемое соответствие.

**Результаты расчётов.** В данной работе численно моделировалось распространение прямого скачка уплотнения, движущегося из чистого газа в запылённую среду. Моделируемая ударная труба [4, с. 120] представляет собой канал, разделённый на две части: в левой части канала находится газ, сжатый до большего давления, чем газ в правой части канала. При этом правая часть канала содержит гетерогенную среду – газ с взвешенными в нём твёрдыми частицами. В расчётах предполагалось, что давление газа в камерах высокого и низкого давлений  $p_2 = 1,01$  бар и  $p_1 = 1$  бар соответственно, то есть интенсивность разрыва давлений существенно меньше, чем давление невозмущенного газа. Дисперсная фаза в камере низкого давления имела объёмное содержание  $\alpha = 0,0005$  и истинную плотность материала  $\rho_2 = 1850$  кг/м<sup>3</sup>. Длина канала составляла  $L = 10$  м, ширина канала  $h = 0,1$  м; предполагалось, что все частицы дисперсной фазы имеют электрический заряд одинакового знака, с удельным массовым зарядом  $q_0 = 0,001$  Кл/кг.

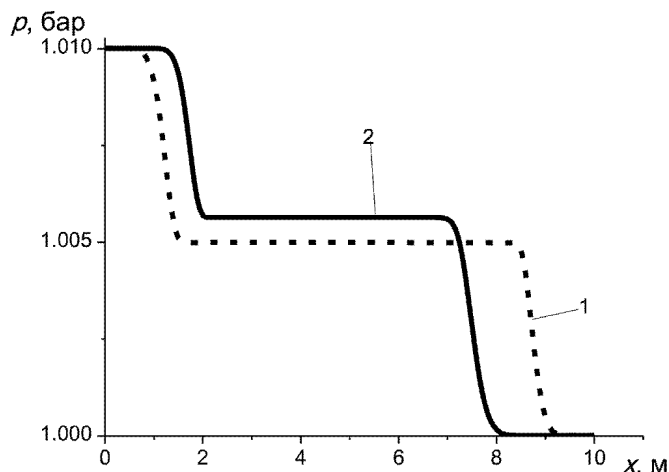


**Рис. 1.** Схематичное изображение ударной трубы

**Fig. 1.** Schematic representation of the shock tube

Численное моделирование процессов распространения ударной волны из чистого газа в запылённую среду с различным размером частиц  $d = 4$  мкм и  $d = 400$  мкм (рис. 2) показывает, что уменьшение размера частиц приводит к уменьшению скорости распространения ударной волны по газозвеси и увеличению давления на переднем крае волны сжатия. На рис. 3 представлено распределение удельного воздействия силы Кулона на единицу массы дисперсной смеси. Из рисунка следует, что сила Кулона направлена из запылённой среды в чистый газ. Направление силы Кулона объясняется тем, что все частицы имеют одинаковый заряд. Вследствие межфазного

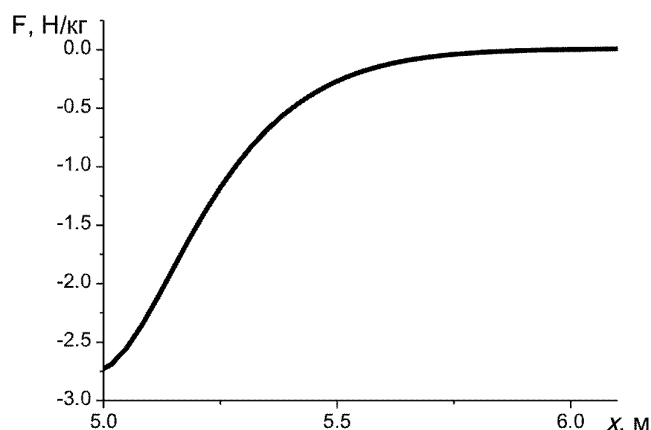
взаимодействия движение твёрдых частиц, вызванного наличием внутреннего электрического поля, создаётся акустическое возмущение [19, с. 1143]. Возмущение давления при отсутствии воздействия на электрически заряженную запылённую среду аэродинамических сил создаёт течение многофазного потока, движущегося в направлении приложения кулоновских сил [10; 19].



**Рис. 2.** Результаты численных расчётов распределения давления газа при распространении ударной волны из газа в газозвесь. Момент времени –  $t = 14$  мс.

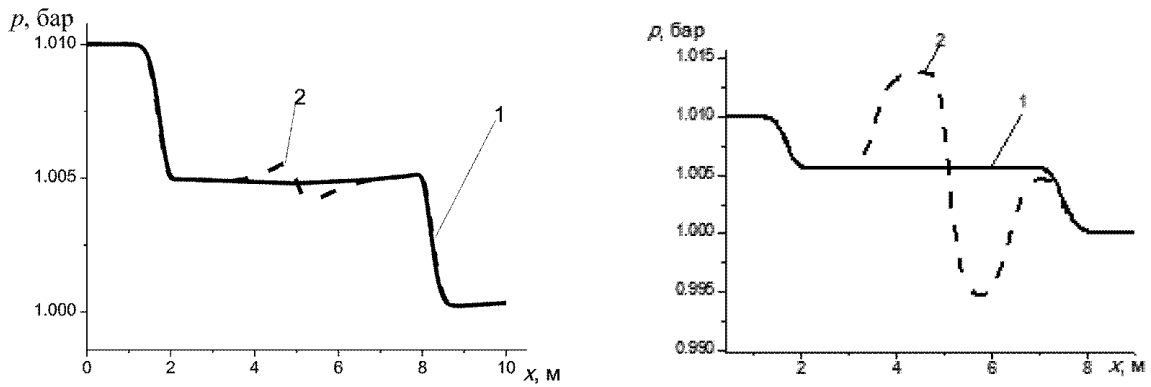
Кривая 1 – газозвесь с диаметром частиц  $d = 400$  мкм; кривая 2 – газозвесь с диаметром частиц  $d = 4$  мкм.

**Fig. 2.** The results of numerical calculations of the distribution of gas pressure during the propagation of a shock wave from gas to gas suspension. Moment of time –  $t = 14$  ms. Curve 1 – gas suspension with a particle diameter of  $d = 400$   $\mu\text{m}$ ; curve 2 – gas suspension with a particle diameter of  $d = 4$   $\mu\text{m}$



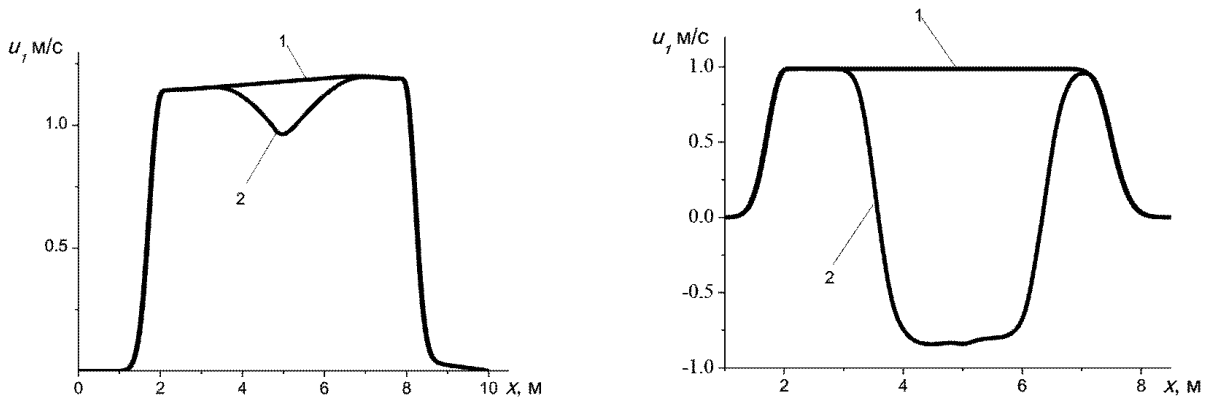
**Рис. 3.** Пространственное распределение удельной силы Кулона вдоль продольной координаты. Момент времени  $t = 13$  мс

**Fig. 3.** The spatial distribution of the specific gravity of the Coulomb along the longitudinal coordinate. Moment of time –  $t = 13$  ms



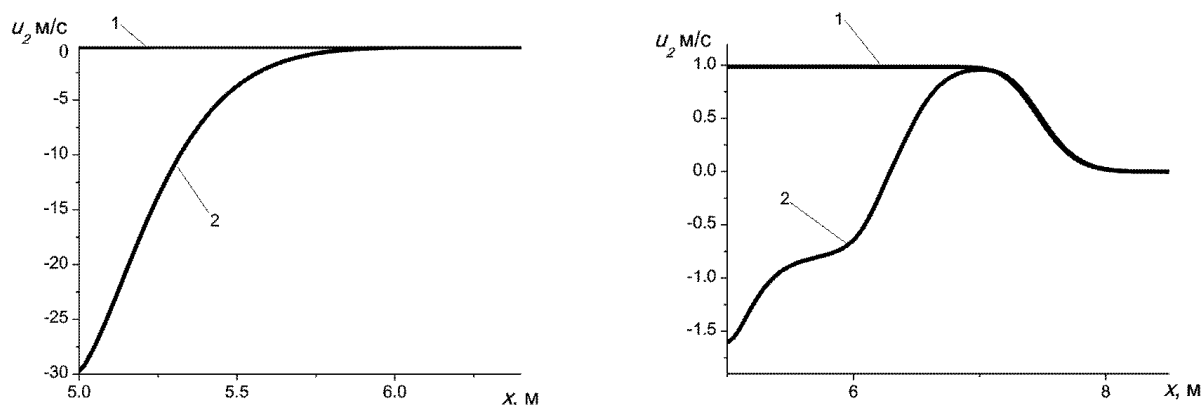
**Рис. 4.** Пространственное распределение давления в канале при диаметре частиц а)  $d = 400$  мкм; б)  $d = 4$  мкм. Момент времени  $t = 14$  мс. Кривая 1 – распределение давления для электрически нейтральной газозвеси; кривая 2 – распределение давления для электрически заряженной газозвеси

**Fig. 4.** The spatial distribution of pressure in the channel with a particle diameter of а)  $d = 400 \mu m$ ; б)  $d = 4 \mu m$ . Moment of time –  $t = 14 ms$ . Curve 1 – is the pressure distribution for an electrically neutral gas suspension; curve 2 – is the pressure distribution for an electrically charged gas suspension



**Рис. 5.** Пространственное распределение продольной составляющей скорости газа в канале при диаметре частиц а)  $d = 400$  мкм; б)  $d = 4$  мкм. Момент времени –  $t = 14$  мс. Кривая 1 – распределение скорости газа для электрически нейтральной газозвеси; кривая 2 – распределение скорости газа для электрически заряженной газозвеси

**Fig. 5.** Spatial distribution of the longitudinal component of the gas velocity in the channel with a particle diameter of а)  $d = 400 \mu m$ ; б)  $d = 4 \mu m$ . Moment of time –  $t = 14 ms$ . Curve 1 – gas velocity distribution for an electrically neutral gas suspension; curve 2 – gas velocity distribution for an electrically charged gas suspension



**Рис. 6.** Пространственное распределение продольной составляющей скорости дисперсной компоненты смеси в канале при диаметре частиц а)  $d = 400$  мкм; б)  $d = 4$  мкм. Момент времени –  $t = 14$  мс. Кривая 1 – распределение скорости электрически нейтральной дисперсной компоненты; кривая 2 – распределение скорости электрически заряженной дисперсной компоненты

**Fig. 6.** Spatial distribution of the longitudinal component of the gas velocity in the channel with a particle diameter of а)  $d = 400 \mu m$ ; б)  $d = 4 \mu m$ . Moment of time –  $t = 14 ms$ . Curve 1 – velocity distribution of the electrically neutral dispersed component; curve 2 – velocity distribution of the electrically charged dispersed component

На рис. 4а, б изображены распределения давления газа в ударной трубе при распространении ударной волны в нейтральную и электрически заряженную газовзвеси – кривые 1 и 2 соответственно. При распространении ударной волны из чистого газа в электрически заряженную запылённую среду с крупнодисперсными частицами диаметром  $d = 400$  мкм на участке движения спутного потока газа, образуется возмущение давления газа, имеющее вид волны сжатия и разряжения (рис. 4а). При распространении ударной волны из чистого газа в мелкодисперсную электрически заряженную газовзвесь  $d = 4$  мкм формируется возмущение давления, интенсивность которого превосходит интенсивность ударной волны, распространяющейся из чистого газа в газовзвесь (рис. 4б). Возмущение давления газа, образовавшееся в электрически заряженной мелкодисперсной газовзвеси, распространяется из запылённой среды в чистый газ (рис. 4б). Формируемая начальным разрывом давлений ударная волна предельно малой интенсивности поглощается более мощным возмущением давления [3, с. 582], которое образуется вследствие межфазного взаимодействия при движении дисперсной компоненты смеси, вызванном воздействием кулоновских сил. Из результатов численных расчётов для электрически заряженных и нейтральных газовзвесей следует, что в крупнодисперсной газовзвеси скорость газа на участке спутного (за ударной волной) потока газа несколько меньше, чем в нейтральной газовзвеси с тем же размером частиц (рис. 5а). В мелкодисперсной заряженной газовзвеси газ движется по направлению, противоположному направлению движения газа в электрически нейтральной газовзвеси (рис. 5б). При этом из результатов моделирования следует, что скорость дисперсной компоненты для электрически заряженных крупных частиц существенно превосходит скорость электрически заряженных мел-

кодисперсных частиц (рис. 6а, б). Выявленные закономерности можно объяснить тем, что в данной модели рассматриваются сферические частицы. При неизменном объёмном содержании дисперсной фазы смеси уменьшение линейного размера частиц в  $m$  раз, к уменьшению площади поверхности единичной частицы в  $m^2$  раз и к увеличению общего количества частиц  $m^3$  раз. То есть при уменьшении размера частиц происходит кратный рост площади межфазного взаимодействия. При этом необходимо учитывать, что увеличение линейного размера частицы приводит к увеличению массы частицы в кубической пропорции. Таким образом, на частицы большего размера приходится большее воздействие силы Кулона.

**Выводы.** В данной работе в результате численного моделирования выявлены закономерности воздействия ударной волны предельно малой интенсивности  $\Delta p = p_2 - p_1 = 980$  Па (0,01 атмосферы) на электрически заряженную запылённую среду покоящуюся в начальный момент времени. В работе определено, что при данных интенсивностях ударной волны дисперсная компонента смеси, преодолевая силу аэродинамического сопротивления, движется под действием силы Кулона. При этом скорость движения частиц дисперсной компоненты прямо пропорциональна размеру частиц. При движении дисперсной компоненты смеси за счёт межкомпонентного взаимодействия формируется возмущение давления газа. Для параметров газовой компоненты смеси можно выделить ряд закономерностей:

- 1) дисперсная компонента смеси оказывает большее влияние на скорость течения газа в мелкодисперсной газозвеси;
- 2) интенсивность возмущения давления возрастает с уменьшением размера частиц.

Численное моделирование показало, что для крупнодисперсных электрически заряженных запылённых сред возмущение давления распространяется в область течения спутного потока газа. Для мелкодисперсных электрически заряженных запылённых сред интенсивность возмущения давления, формируемого движением электрически заряженных пылевых частиц, столь велика, что поглощает основную ударную волну в газе.

#### *Список литературы*

1. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И. Вычислительные методы. М.: Наука, 1977. Т. 2. 401 с.
2. Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 284 с.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. В. Теоретическая физика. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 784 с.
5. Музафаров И. Ф., Утюжников С. В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. 1993. Т. 5, № 3. С. 74–83.

6. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред: монография. М.: Наука, 1978. 336 с.
7. Панюшкин В. В., Пашин М. М. Измерение заряда порошка, наносимого распылителями с внешней зарядкой // Лакокрасочные материалы и их применение. 1984. № 2. С. 25–27.
8. Сальянов Ф. А. Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. М.: Наука, 1997. 240 с.
9. Тукмаков Д. А. Численное моделирование колебаний электрически заряженной гетерогенной среды, обусловленных межкомпонентным взаимодействием // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2019. Т. 27, № 3. С. 73–85.
10. Тукмаков А. Л. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2006. № 4. С. 33–36.
11. Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. Волновые процессы в газозвесах частиц металлов. Новосибирск, 2015. 301 с.
12. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкости: в 2 т. Т. 2. М.: Мир, 1991. 552 с.
13. Dikalyuk A. S., Surzhikov S. T. Numerical simulation of rarefied dusty plasma in a normal glow discharge // High Temperature. 2012. Vol. 50, No. 5. P. 571–578.
14. Glazunov A. A., Dyachenko N. N., Dyachenko L. I. Numerical investigation of the flow of ultradisperse particles of the aluminum oxide in the solid-fuel rocket engine nozzle // Thermophysics and Aeromechanics. 2013. Vol. 20, No. 1. P. 79–86.
15. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical investigation of the evolution of a shock wave in a gas suspension with consideration for the nonuniform distribution of the particles // Mathematical Models and Computer Simulations. 2015. Vol. 7, No. 3. P. 246–253.
16. Sadin D. V. TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2016. Vol. 56, No. 12. P. 2068–2078.
17. Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Shock Wave Dispersion of Gas-Particle Mixtures // Doklady Physics. 2016. Vol. 61, No. 2. P. 70–73.
18. Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas–solid suspension flow by applying electric field // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 93. P. 778–787.
19. Tukmakov A. L., Tukmakov D. A. Generation of Acoustic Disturbances by a Moving Charged Gas Suspension // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2018. Vol. 91. Is. 5, P. 1141–1147.
20. Zhuoqing A., Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines // Powder Technology. 2019. Vol. 345. P. 346–351.
21. Zinchenko S. P., Tolmachev G. N. Accumulation of products of ferroelectric target sputtering in the plasma of an rf glow discharge // Plasma Physics Reports. 2013. Vol. 39, No. 13. P. 1096–1098.

*Статья поступила в редакцию 29.01.2020; принята к публикации 25.02.2020.*

**Библиографическое описание статьи**

Ахунув А. А., Тукмаков Н. А., Тукмаков Д. А. Численное исследование распространения ударной волны предельно малой интенсивности из чистого газа в электрически заряженную запылённую среду // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 15, № 3. С. 6–18. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-6-18.

**Adel A. Akhunov**<sup>1</sup>,

*Graduate Student,*

*Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev,*

*(10 st. K. Marx, Kazan, 20111, Russia),*

*e-mail: Ahunov.Adel@yandex.ru*

*ORCID: 0000-0001-9216-4675*

**Nadejda A. Tukmakova**<sup>2</sup>,

*Assistant,*

*Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev*

*(10 st. K. Marx, Kazan, 20111, Russia)*

*e-mail: nadejdatukamkova@yandex.ru*

**Dmitry A. Tukmakov**<sup>3</sup>,

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences,*

*Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*

*(2/31 st. Lobachevsky, Kazan, 420111, Russia)*

*e-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru,*

*ORCID: 0000-0002-0335-8548*

## **A Numerical Study of the Propagation of a Shock Wave of Extremely Low Intensity from a Pure Gas into an Electrically Charged Dusty Medium<sup>4</sup>**

In this paper, authors consider the propagation of a shock wave of extremely low intensity from a pure gas to a heterogeneous mixture consisting of solid particles suspended in a gas and having an electric charge. The mathematical model used takes into account the speed and thermal interaction of the carrier and dispersed components of the mixture. The force interaction of particles and gas included the Stokes force, the strength of the attached masses, as well as the dynamic force of Archimedes. The carrier medium was described as a viscous compressible

---

<sup>1</sup>A. A. Akhunov systematized article material.

<sup>2</sup>N. A. Tukmakova: systematized the material of the article.

<sup>3</sup>D. A. Tukmakov: writing the text of an article, conducting numerical calculations, finalizing a software implementation of a numerical model of the dynamics of an electrically charged dusty medium.

<sup>4</sup>This work was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant No. № 19-01-00442) “Features and effects of wave dynamics of multiphase media”) and also with the financial support of the Ministry of Education and Science of Russia in the framework of the fulfillment of obligations under the Agreement number 075-03-2020-051 / 3 of 06/09/2020 (topic number fzsu-2020-0021).



heat-conducting gas. The equations of the mathematical model were solved by the explicit finite-difference method of the second order of accuracy, using the non-linear correction of the grid function. The system of equations of the mathematical model was supplemented by boundary and initial conditions for the desired functions. As a result of numerical simulation, it was found that in an electrically charged gas suspension there is a difference in pressure and gas velocity, the velocity of the dispersed component, from similar values in a gas suspension with an electrically neutral dispersed component. The revealed differences in the parameters of the carrier medium during the propagation of a shock wave from a pure gas into a neutral and electrically charged dusty medium arise due to the force interaction of the gas and solid components of a heterogeneous mixture, the solid component of which is affected by the Coulomb force.

**Keywords:** multiphase media, interfacial interaction, shock waves, Navier-Stokes equation, internal electric field, electrohydrodynamics

### *Translit*

1. Krylov V. I., Bobkov V. V., Monastyrnyj P. I. *Vychislitel'nye metody*. M.: Nauka, 1977. T. 2. 401 s.
2. Kutushev A. G. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh processov v aerodispersnykh i poroshkoobraznykh sredah*. SPb.: Nedra, 2003. 284 s.
3. Landau L. D., Lifshic E. V. *Teoreticheskaya fizika. Gidrodinamika*. M.: Nauka, 1986. 736 s.
4. Lojcyanskij L. G. *Mekhanika zhidkosti i gaza*. M.: Drofa, 2003. 784 c.
5. Muzafarov I. F., Utyuzhnikov S. V. *Primenenie kompaktnykh raznostnykh skhem k issledovaniyu nestacionarnykh techenij szhimaemogo gaza // Matematicheskoe modelirovanie*. 1993. T. 5, № 3. S. 74–83.
6. Nigmatulin R. I. *Osnovy mekhaniki geterogennykh sred: monografiya*. M.: Nauka, 1978. 336 s.
7. Panyushkin V. V., Pashin M. M. *Izmerenie zaryada poroshka, nanosimogo raspylitelyami s vneshnej zaryadkoj // Lakokrasochnye materialy i ih primenenie*. 1984. № 2. S. 25–27.
8. Sal'yanov F. A. *Osnovy fiziki nizkotemperaturnoj plazmy, plazmennyykh apparatov i tekhnologij*. M.: Nauka, 1997. 240 c.
9. Tukmakov D. A. *CHislennoe modelirovanie kolebanij elektricheskoi zaryazhennoj geterogennoj sredy, obuslovlennykh mezhkomponentnym vzaimodejstviem // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Prikladnaya nelinejnaya dinamika*. 2019. T. 27, № 3. S. 73–85.
10. Tukmakov A. L. *CHislennoe modelirovanie akusticheskikh techenij pri rezonansnykh kolebaniyah gaza v zakrytoj trube // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Aviacionnaya tekhnika*. 2006. № 4. S. 33–36.
11. Fedorov A. V., Fomin V. M., Hmel' T. A. *Volnovye processy v gazovzvesyakh chastic metallov*. Novosibirsk, 2015. 301 s.
12. Fletcher K. *Vychislitel'nye metody v dinamike zhidkosti: v 2 t. T. 2*. M.: Mir, 1991. 552 s.
13. Dikalyuk A. S., Surzhikov S. T. *Numerical simulation of rarefied dusty plasma in a normal glow discharge // High Temperature*. 2012. Vol. 50, No. 5. P. 571–578.
14. Glazunov A. A., Dyachenko N. N., Dyachenko L. I. *Numerical investigation of the flow of ultradisperse particles of the aluminum oxide in the solid-fuel rocket engine nozzle // Thermophysics and Aeromechanics*. 2013. Vol. 20, No. 1. P. 79–86.

15. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical investigation of the evolution of a shock wave in a gas suspension with consideration for the nonuniform distribution of the particles // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2015. Vol. 7, No. 3. P. 246–253.
16. Sadin D. V. TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2016. Vol. 56, No. 12. P. 2068–2078.
17. Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Shock Wave Dispersion of Gas-Particle Mixtures // *Doklady Physics*. 2016. Vol. 61, No. 2. P. 70–73.
18. Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas–solid suspension flow by applying electric field // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2016. Vol. 93. P. 778–787.
19. Tukmakov A. L., Tukmakov D. A. Generation of Acoustic Disturbances by a Moving Charged Gas Suspension // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2018. Vol. 91. Is. 5, P. 1141–1147.
20. Zhuoqing A., Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines // *Powder Technology*. 2019. Vol. 345. P. 346–351.
21. Zinchenko S. P., Tolmachev G. N. Accumulation of products of ferroelectric target sputtering in the plasma of an rf glow discharge // *Plasma Physics Reports*. 2013. Vol. 39, No. 13. P. 1096–1098.

***Received: January 29, 2020; accepted for publication February 25, 2020***

#### **Reference to article**

*Akhunov A. A., Tukmakova N. A., Tukmakov D. A.* A Numerical Study of the Propagation of a Shock Wave of Extremely Low Intensity from a Pure Gas into an Electrically Charged Dusty Medium // *Scholarly Notes of Transbaikal State University*. 2020. Vol. 15, No. 3. PP. 6–18. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-6-18.

УДК 622.276.5+51-7

DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-19-37

*Владимир Александрович Толпаев<sup>1</sup>,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
Северо-Кавказский научно-исследовательский  
проектный институт природных газов  
(355000, Россия, г. Ставрополь, ул. Ленина, 419),  
e-mail: v.a.tolpaev@mail.ru  
ORCID: 0000-0001-5937-0151*

*Курбан Сапигуллаевич Ахмедов<sup>2</sup>,  
кандидат технических наук,  
Северо-Кавказский научно-исследовательский  
проектный институт природных газов  
(355000, Россия, г. Ставрополь, ул. Ленина, 419),  
e-mail: kurban2000@mail.ru  
ORCID: 0000-0002-2909-8203*

*Мушег Тигранович Петросянц<sup>3</sup>,  
научный сотрудник,  
Северо-Кавказский научно-исследовательский  
проектный институт природных газов  
(355000, Россия, г. Ставрополь, ул. Ленина, 419),  
e-mail: PetrosyancMT@scnirigaz.ru  
ORCID: 0000-0003-4643-3728*

### **Математические модели расчётов прогнозной производительности газовых скважин по кривым «дебит – накопленный отбор»**

Предложена экспресс-методика расчёта прогнозных промысловых параметров газодобывающих скважин по исходным данным отчетных рапортов газодобывающих предприятий (ГДП) по добыче газа. Сформулирована система рабочих постулатов (гипотез) для расчета прогнозных дебитов. Разработан алгоритм расчётов прогнозных дебитов газовой скважины. Приведены тестовые примеры расчёта по реальным промысловым данным прогнозных кривых падения дебита скважины. Предложенную экспресс-методику ГДП могут применять как для разработки планируемых ими к проведению программ геолого-технических мероприятий (ГТМ), так и для обоснования рациональности по технико-экономической эффективности предлагаемых программ ГТМ.

<sup>1</sup>В. А. Толпаев: написание текста статьи.

<sup>2</sup>К. С. Ахмедов систематизировал материал статьи, провёл численные расчёты.

<sup>3</sup>М. Т. Петросянц систематизировал материал статьи, доработал программы.

**Ключевые слова:** скважина, газовое месторождение, отчётные рапорты, технологические режимы, время упреждения, дебит, аппроксимация, математическая модель

**Введение.** Планирование работы газодобывающих предприятий (ГДП) осуществляется с использованием среднесрочных (до 5 лет вперёд) прогнозных оценок промысловых параметров. Речь идёт о прогнозных дебитах скважин, удельных извлекаемых объёмов газа, времени разработки месторождения, оптимальных числах эксплуатационных скважин и др. Разработка оптимальных по технико-экономическим показателям программ геолого-технических мероприятий (ГТМ) на скважинах газовых месторождений и обоснование газодобывающими предприятиями необходимости проведения разрабатываемых программ ГТМ также требует проведения расчётов прогнозных дебитов скважин. Поэтому разработка методик расчёта прогнозных дебитов скважин является *актуальной и важной для практики* проблемой.

Математические трудности расчётов прогнозных промысловых параметров скважин обусловлены наличием большого количества неопределённостей. Таких, как неудовлетворительные по точности оценки текущего пластового давления, удельных извлекаемых запасов газа, несогласованные данные по времени и дебиту, отработанное количество часов, фактические показатели технологических режимов и др. Перечисленные обстоятельства обесценивают работы по построению высокоточных математических моделей для расчётов прогнозных дебитов скважин.

В России впервые теоретические основы разработки оконтуренных газовых месторождений, работающих в условиях газового режима, с 1948 г. стал развивать Б. Б. Лапук [1]. Тем не менее, актуальность развития теории разработки газовых и газоконденсатных месторождений, также требующая проведения расчётов прогнозных промысловых параметров эксплуатационных скважин, сохранилась до настоящего времени. Это подтверждается, например, тематикой докладов и научных статей на конференции Сообщества инженеров-нефтяников «Моделирование и характеристика месторождений», проведённой в Абу-Даби (Объединённые Арабские Эмираты) 17–19 сентября 2019 г. На данной конференции подробно обсуждались такие вопросы, как оптимизация разработки месторождения при наличии неопределённости и «зашумлённости» в исходных данных, приводящих к различным сценариям разработки со значительными разбросами в прогнозах [2]. Предлагался конкретный вариант автоматизированной адаптации по истории разработки гигантского карбонатного пласта и анализа неопределённостей с целью прогнозной оценки производительности месторождения [3]. Кроме того, проводилось планирование вычислительного эксперимента, позволяющего создать набор реализаций продолжения разработки месторождения с учётом комбинаций всех исходных данных с неопределённостью, достаточной для схватывания их совместного эффекта [Там же]. В работе, представленной в материалах 81-й конференции геочёных и инженеров в Лондоне, 3–6 июня 2019 г., главным был вопрос об эффективности учёта неопределённостей геологического и геомеханического характера при планировании сценариев дальнейшей разработки месторождений [4]. В частности, неопределённости геологического и геомеханиче-

ского характера присущи коллекторам, обладающим развитой естественной трещиноватостью.

В данной статье предложена экспресс-методика расчёта прогнозных промысловых параметров скважин, эксплуатирующих газовое месторождение. Исходными данными в разработанной экспресс-методике служат отчётные рапорты по добыче газа, содержащие стандартные сведения: номер месяца, среднесуточный дебит, число отработанных скважиной в месяце часов. Важную роль в разработанной методике играет параметр, обозначаемый как  $x_\infty$ , или как  $x_\Sigma$ , количественная оценка которого по объективным причинам имеет достаточно большую неопределенность. Поэтому результатом расчётов прогнозных промысловых параметров скважин по предложенной экспресс-методике являются интервальные оценки и серии графиков, например, графиков прогнозных дебитов скважин.

**Новизна** предложенной экспресс-методики расчёта прогнозных промысловых параметров скважин в том, что в качестве главной определяющей изменения добычных возможностей скважин и месторождения переменной рассматривается не время, как в теории временных рядов «дебит – время», а накопленный объём  $x$  извлечённого скважиной из пласта газа. Поэтому в предложенной экспресс-методике вначале строятся зависимости дебита  $q$  от объёма  $x$ , по которым далее находятся зависимости прогнозного дебита от времени  $t$ . Достоинством предложенной экспресс – методики служит её наглядность и реализуемость в среде Microsoft Excel [5; 6].

**1. Размерные и безразмерные промысловые параметры скважин.** Каждая газодобывающая скважина характеризуется следующими основными промысловыми параметрами. Во-первых, дебитом  $Q(t)$ , как правило, измеряемым *тыс. м<sup>3</sup>/сут* в текущий момент времени  $t$ . Время в промысловых рапортах от газодобывающих предприятий чаще всего указывается в месяцах. Во-вторых, отобранным к текущему моменту времени  $t$  из продуктивного пласта объёмом газа  $V(t)$ , измеряемым *млн м<sup>3</sup>* в расчёте на нормальные атмосферные условия. В-третьих, геологической оценкой имеющихся в зоне дренирования скважины запасов газа  $V_\infty$ , также измеряемой в расчёте на нормальные атмосферные условия *млн м<sup>3</sup>*.

Для проведения дальнейших расчётов вместо физических размерных величин  $Q(t)$  и  $V(t)$  будем применять безразмерные переменные  $q = Q/Q_0$  и  $x = V/V_0$ , где  $Q_0$  и  $V_0$  – выбранные базисные единицы измерения дебита и накопленного отобранного объёма газа соответственно.

**2. Исходные промысловые данные, применяемые для построения аппроксимационных моделей эксплуатационных свойств скважин.** Для построения аппроксимационных моделей эксплуатационных свойств скважин в предлагаемой экспресс-методике применяются стандартные исходные данные. А именно: номер месяца, дебит, число часов работы в месяце, – которые приводятся в ежемесячных промысловых рапортах о добыче газа. В приводимых далее тестовых примерах в качестве исходных применяются реальные промысловые данные о добыче газа скважинами с условными № 1 и 2 Уренгойского месторождения, представленными в табл. 1 и 2 с января 1990 по декабрь 2008 г.

Для перевода исходных промысловых данных в безразмерные переменные выбирались базисные единицы  $Q_0$  и  $V_0$  (1000 тыс. м<sup>3</sup>/сут.). В качестве  $V_0$  выбрали годовой объём добычи газа скважиной с номером № 1 за 1-й (1990-й календарный) год работы. Таким образом,  $V_0 \cdot q(1) \cdot 365 = 1000 \cdot 1,09 \cdot 365 = 397\,850$  тыс. м<sup>3</sup>  $\approx 0,4$  тыс. м<sup>3</sup>. Кроме того, для увеличения горизонта прогнозирования в качестве единицы измерения времени  $t$  удобно применять годы, а не месяцы, как указывается в реальных промысловых рапортах. Поэтому табл. 1 и 2 подготовлены к применению в расчётах масштабной единицы времени  $t$  измеряемой в годах. К переменным, где время измеряется в месяцах, будем добавлять «штрих»  $t'$ , или  $V'$ , или  $Q'$ .

По первичным исходным данным в промысловых рапортах накопленные объёмы  $V'(t')$  тыс. м<sup>3</sup> отобранного скважиной газа к текущему месяцу  $t^i$  вычисляем по очевидной формуле

$$V'(t'_i) = \sum_{k=1}^i Q'(t'_k) \cdot \frac{\tau'_k}{24} = V'(t'_{i-1}) + Q'(t'_i) \cdot \frac{\tau'_i}{24}, \quad (1)$$

где  $Q'(t'_k)$  – среднесуточный дебит тыс. м<sup>3</sup>/сут скважины, а  $\tau'_i$  – количество часов её работы в  $k$ -м месяце. (Коэффициент  $1/24$  переводит часы  $\tau'_k$  работы скважины в месяце в сутки). Годовые добытые скважиной объёмы газа будут подсчитываться по аналогичной формуле

$$V(t_i) = \sum_{k=1}^i Q(t_k) \cdot \frac{\tau_k}{8760} = V(t_{i-1}) + Q(t_i) \cdot \frac{\tau_i}{8760}, \quad (2)$$

где  $Q(t_k)$  – среднегодовой суточный дебит тыс. м<sup>3</sup>/сут скважины, а  $\tau_i$  – количество часов её работы в  $k$ -м году. (Коэффициент  $1/8760$  переводит часы  $\tau_k$  работы скважины в течение года в сутки). Для перехода в формуле (2) к безразмерным переменным обе её части делим на  $V_0$ . В результате получаем

$$x(t_i) = x(t_{i-1}) + \left(\frac{Q_0}{V_0} \cdot \frac{\tau_1}{8760}\right)q(t_i). \quad (3)$$

Принимая для простоты, что в течение года скважина работает непрерывно, получаем дробь

$$\frac{\tau_i}{8760} = 365 \text{ сут},$$

отношение

$$\frac{Q_0}{V_0} = \frac{1000}{397\,850} = \frac{20}{7\,957} \text{ сут}^{-1},$$

получаем, что безразмерный множитель

$$\frac{Q_0}{V_0} \cdot \frac{\tau_i}{8\,760} = \frac{20}{7\,957} \cdot 365 \cong 0,91743.$$

Поэтому окончательно формула для накопленного объёма добытого газа в безразмерных переменных табл. 1 и 2 принимает вид

$$x(t_i) = x(t_{i-1}) + 0,91743 \cdot q(t_i). \quad (4)$$

Именно по формуле (4) заполнялись последние строки в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Пример подготовленной к анализу выборки первичных промысловых безразмерных данных  $q(t)$  для условной скважины № 1

Месяц		1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
		8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Январь	1	0,85	0,75	0,84	0,72	0,68	0,72	0,69	0,61	0,43	0,34	0,29	0,26
Февраль	2	0,79	0,74	0,85	0,60	0,68	0,69	0,55	0,55	0,40	0,20	0,27	0,28
Март	3	0,83	0,77	0,81	0,67	0,68	0,66	0,58	0,57	0,41	0,26	0,18	0,28
Апрель	4	0,72	0,70	0,89	0,70	0,66	0,65	0,51	0,60	0,45	0,25	0,29	0,26
Май	5	0,69	0,55	0,80	0,62	0,63	0,61	0,43	0,48	0,32	0,22	0,31	0,15
Июнь	6	0,70	0,66	0,87	0,53	0,49	0,51	0,64	0,39	0,34	0,12	0,31	0,09
Июль	7	0,55	0,65	0,53	0,56	0,53	0,38	0,45	0,27	0,20	0,12	0,26	0,09
Август	8	0,56	0,57	0,61	0,61	0,44	0,37	0,30	0,31	0,15	0,23	0,19	0,15
Сентябрь	9	0,49	0,60	0,52	0,64	0,58	0,34	0,60	0,38	0,11	0,17	0,11	0,27
Октябрь	10	0,48	0,77	0,58	0,65	0,63	0,49	0,58	0,36	0,29	0,26	0,26	
Ноябрь	11	0,82	0,80	0,63	0,69	0,71	0,53	0,62	0,40	0,40	0,35	0,32	
Декабрь	12	0,77	0,82	0,60		0,65	0,64	0,58	0,39	0,30	0,32	0,30	
Среднегодовой дебит $q = q(t)$		0,69	0,70	0,71	0,64	0,61	0,55	0,55	0,44	0,32	0,24	0,26	0,20
Максимальный дебит		0,85	0,82	0,89	0,72	0,71	0,72	0,69	0,61	0,45	0,35	0,32	0,29
Минимальный дебит		0,48	0,55	0,52	0,53	0,44	0,34	0,30	0,27	0,11	0,12	0,11	0,09
Накопленный объём $x(t)$ добытого газа		6,19	6,83	7,49	8,07	8,63	9,14	9,64	10,05	10,34	10,56	10,80	10,98

Таблица 2

Выборка первичных промысловых данных – безразмерных дебитов  $q(t)$  для условной скважины № 2

Месяц		1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
		8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Январь	1	0,78	0,75	0,71	0,66	0,67	0,64	0,59	0,52	0,36	0,28	0,20	0,09
Февраль	2	0,72	0,68	0,74	0,65	0,63	0,55	0,47	0,47	0,33	0,16	0,19	0,08
Март	3	0,77	0,70	0,71	0,69	0,64	0,47	0,49	0,48	0,34	0,21	0,15	0,09
Апрель	4	0,66	0,62	0,79	0,65	0,62	0,49	0,42	0,48	0,37	0,19	0,22	0,08
Май	5	0,64	0,49	0,71	0,58	0,58	0,49	0,35	0,37	0,25	0,16	0,23	0,08
Июнь	6	0,60	0,59	0,69	0,45	0,41	0,35	0,52	0,29	0,27	0,12	0,24	0,07
Июль	7	0,53	0,58	0,41	0,49	0,38	0,25	0,37	0,22	0,19	0,12	0,08	0,09
Август	8	0,52	0,50	0,53	0,53	0,30	0,23	0,22	0,25	0,15	0,15	0,13	0,07
Сентябрь	9	0,60	0,53	0,42	0,52	0,42	0,23	0,50	0,31	0,10	0,11	0,10	0,08
Октябрь	10	0,64	0,70	0,51	0,56	0,51	0,40	0,49	0,30	0,23	0,17	0,08	
Ноябрь	11	0,80	0,75	0,54	0,63	0,59	0,44	0,53	0,33	0,33	0,26	0,08	
Декабрь	12	0,73	0,70	0,51		0,58	0,54	0,49	0,32	0,24	0,23	0,10	
Среднегодовой дебит $q = q(t)$		0,67	0,63	0,61	0,58	0,53	0,42	0,45	0,36	0,26	0,18	0,15	0,08
Максимальный дебит		0,80	0,75	0,79	0,69	0,67	0,64	0,59	0,52	0,37	0,28	0,24	0,10
Минимальный дебит		0,52	0,49	0,41	0,45	0,30	0,23	0,22	0,22	0,10	0,11	0,08	0,07
Накопленный объём $x(t)$ добытого газа		6,16	6,73	7,29	7,83	8,31	8,70	9,11	9,44	9,68	9,84	9,98	10,06

Приведённые в табл. 1 и 2 безразмерные промысловые данные  $(t, q, x)$  по скважине вносим в ячейки 1, 2 и 3 столбцов таблицы MS Excel (прил. 1), которая применяется при расчёте прогнозных дебитов эксплуатационных скважин и извлекаемых ими запасов газа.

**3. Система рабочих постулатов (гипотез) для расчёта прогнозных промысловых параметров скважин.** Естественно, для разработки экспресс-методики расчёта прогнозных промысловых параметров газовых скважин предварительно нужно выбрать схематизацию условий работы скважин. Такая схематизация представляется в виде принятых постулатов, или рабочих гипотез.

*Постулат 1.* Каждая скважина в пласте отбирает газ из своего собственного объёма<sup>1</sup>, центром которого служит данная скважина, что называется зоной дренирования скважины [1]. В первом приближении границы зоны дренирования, перпендикулярные простиранию пласта, можно принять постоянными и непроницаемыми, а запасы газа считать в зоне дренирования не пополняемыми извне [Там же]. Первоначальные запасы газа в зоне дренирования скважины будем обозначать как  $V|_{t=0} = V_\infty$ , а их безразмерную величину как  $x_\infty = V_\infty/V_0$ . Имеющиеся первоначальные запасы газа в зоне дренирования скважины можно оценить по утверждённым в государственном комитете запасам месторождения как часть, пропорциональную объёму зоны дренирования. Параметр  $x_\infty$  будем считать наперёд заданной исходной величиной, либо, в случае имеющейся возможности, подлежащей оценке в ходе вычислений.

*Постулат 2.* Безразмерный накопленный объём  $x$  отобранного скважиной из продуктивного пласта природного газа является положительной монотонно возрастающей от времени  $t$ -функцией  $x = F(t)$ , удовлетворяющей предельному условию

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F(t) = x_\Sigma. \quad (5)$$

Величина  $x_\Sigma$  – это тот безразмерный объём газа, который сможет извлечь скважина за всё время (теоретически, за неограниченное время) своей непрерывной работы в заданном ей постоянном эксплуатационном режиме. Этот объём  $x_\Sigma$  называют извлекаемым объёмом газа. Его нельзя путать с имеющимися первоначальными запасами газа в зоне дренирования скважины. Объёмы  $x_\Sigma$  и  $x_\infty$  друг с другом связаны очевидным неравенством  $x_\Sigma \leq x_\infty$ . Конкретные уравнения предлагаемых функций  $x = F(t)$  и алгоритмы расчёта параметров этих функций, аппроксимирующих темпы отбора скважиной газа при заданном эксплуатационном режиме, представлены в табл. 3.

*Постулат 3.* Безразмерный дебит  $q$  скважины является положительной функцией  $q = \Phi(x)$  от величины отобранного из продуктивного пласта объёма газа  $x$ , удовлетворяющей предельному условию

<sup>1</sup>Б. Б. Лапук зону дренирования, приходящуюся на каждую скважину, называл «удельной площадью дренажа».



$$\lim_{x \rightarrow x_{\infty}} \Phi(x) = 0. \quad (6)$$

Конечно, дебит  $q$  скважины зависит, в первую очередь, от создаваемой депрессии на пласт, пластовых термобарических условий и конструкции забоя скважины. С увеличением объёма отобранного из продуктивного пласта газа  $x$  меняются термобарические условия в зоне дренирования, понижается, в первую очередь, пластовое давление, а с ним понижается и дебит скважины. В пределе, когда из зоны дренирования будет извлечён весь природный газ, депрессия будет близка к нулю, и скважина остановится, её дебит станет равным нулю. Конкретные уравнения предлагаемых функций  $q = \Phi(x)$  и алгоритмы расчёта параметров этих функций, аппроксимирующих дебит скважины при заданном эксплуатационном режиме, представлены в табл. 3.

По сформулированной системе рабочих постулатов необходимо сделать следующие пояснения:

*Примечание 1.* Если в распоряжении исследователя нет оценки величины  $x_{\infty}$ , то в аппроксимационных моделях  $\Phi 1$ – $\Phi 7$  можно применить приближённое равенство  $x_{\infty} \approx x_{\Sigma}$ .

*Примечание 2.* Предложенная система постулатов позволяет строить большое разнообразие математических моделей. Функции  $x = F(t)$ ,  $q = \Phi(x)$ , и степени  $M$  и  $N$  полиномов в формулах табл. 3 исследователь задаёт сам на основании некоторого выбираемого им критерия качества математической модели. Такими критериями качества могут выступать классические критерии метода наименьших квадратов, метода наименьших модулей отклонений, метода максимального правдоподобия и др.

*Примечание 3.* Расчёты прогнозных дебитов скважин и прогнозных извлекаемых запасов газа по нескольким математическим моделям позволяют повысить надёжность расчётов и оценить погрешности прогнозных расчётов. При этом в построении большого разнообразия математических моделей прогнозирования промысловых параметров скважин используется ограниченный набор математических действий, легко реализуемых в среде MS Excel [5; 6], что делает предлагаемый подход практическим методом планирования доразработки газовых месторождений в условиях любого газодобывающего предприятия.

*Примечание 4.* Пояснения к расчётам коэффициентов аппроксимационных математических моделей  $F 1$ – $F 7$  и  $\Phi 1$ – $\Phi 7$  приведены в прил. 2 и 3 соответственно.

**4. Основные этапы алгоритма расчётов прогнозных промысловых параметров газовой скважины в среде MS Excel.** Этапы алгоритма расчётов в среде MS Excel прогнозных дебитов газовой скважины и извлекаемых объёмов углеводородов опишем применительно к приведённой в прил. 1 таблице MS Excel.

*Шаг 1.* Заносим безразмерные промысловые данные  $(t, q, x)$  по исследуемой скважине в ячейки 1, 2 и 3 столбцов таблицы MS Excel в прил. 1.

*Шаг 2.* В прил. 2 выбираем конкретное уравнение  $x = F(t)$  для аппроксимации темпов отбора скважиной газа при заданном эксплуатационном режиме и вычисляем

все параметры этого уравнения по исходным данным в столбцах 1 и 3 таблицы MS Excel в прил. 1.

Таблица 3

Шифр функции	Рекомендуемые к применению функции $x = F(t)$	Примечание	
F 1	$x(t) = A \cdot th(B \cdot t)$ , где $A > 0, B > 0$	Краткое описание методики расчёта параметров функций приведено в прил. 2	
F 2	$x(t) = \alpha \cdot [th(B \cdot t)]^\beta$		
F 3	$x(t) = \alpha_1 \cdot th(B \cdot t) + \alpha_2 \cdot [th(B \cdot t)]^2 + \dots + \alpha_N \cdot [th(B \cdot t)]^N$		
F 4	$x(t) = A \cdot arctg(B \cdot t)$ , где $A > 0, B > 0$		
F 5	$x(t) = \alpha \cdot [arctg(B \cdot t)]^\beta$		
F 6	$x(t) = \alpha_1 \cdot arctg(B \cdot t) + \alpha_2 \cdot [arctg(B \cdot t)]^2 + \dots + \alpha_N \cdot [arctg(B \cdot t)]^N$		
F 7	$x(t) = \frac{1}{a_0 + a_1 \cdot f(t) + a_2 \cdot f^2(t) + a_3 \cdot f^3(t) + \lim_{t \rightarrow \infty} f + \dots + a_M \cdot f^M(t)},$ <p>где <math>f(t)</math> – некоторая задаваемая исследователем монотонная положительная функция, удовлетворяющая условию <math>\lim_{t \rightarrow \infty} f = 0</math>.</p> <p>Примерами таких функций могут быть: <math>f(t) = \frac{1}{1+t}</math>,  <math>f(t) = \frac{1}{sh(1+t)}</math>, <math>f(t) = \frac{1}{\sqrt{1+t}}</math>, <math>f(t) = \frac{1}{exp t}</math> и др.</p>		
Шифр функции	Рекомендуемые к применению функции $q = \Phi(x)$	Целесообразнее применять промежуточные аргументы $v(x)$ , которые принимают нормированные значения от 0 до 1. Краткое описание методики расчётов параметров функций приведено в прил. 3.	
	Эти функции целесообразно конструировать как сложные $q = \Phi[V(x)]$ , либо как $q = \Phi[v(x)]$ . Варианты применяемых промежуточных аргументов $V(x)$ и $v(x)$ : $V_1(x) = x_\infty - x$ , $V_2(x) = x_\infty^2 - x^2$ , $v_\alpha(x) = 1 - \left(\frac{x}{x_\infty}\right)^\alpha$ , где $\alpha > 0$ , $v_{1/2}(x) = 1 - \sqrt{\frac{x}{x_\infty}}$ , $v_1(x) = 1 - \frac{x}{x_\infty}$ , $v_2(x) = 1 - \left(\frac{x}{x_\infty}\right)^2$ и др.		
	$\Phi 1$		$q(x) = A \cdot [V(x)]^B$ , где $A > 0, B > 0$
	$\Phi 2$		$q(x) = \alpha_1 \cdot V(x) + \alpha_2 \cdot V^2(x) + \dots + \alpha_N \cdot V^N(x)$
	$\Phi 3$		$q(x) = A \cdot [v(x)]^B$ , где $A > 0, B > 0$
	$\Phi 4$		$q(x) = \alpha_1 \cdot v(x) + \alpha_2 \cdot v^2(x) + \dots + \alpha_N \cdot v^N(x)$
	$\Phi 5$		$q(x) = \frac{1}{\alpha_0 + \frac{\alpha_1}{V(x)} + \frac{\alpha_2}{V^2(x)} + \dots + \frac{\alpha_N}{V^N(x)}}$
	$\Phi 6$		$q(x) = \frac{1}{\alpha_0 + \frac{\alpha_1}{v(x)} + \frac{\alpha_2}{v^2(x)} + \dots + \frac{\alpha_N}{v^N(x)}}$
$\Phi 7$	$q(x) = \alpha_0 \cdot sh[\alpha_1 \cdot v(x)]$		

*Шаг 3.* Заносим результаты расчётов безразмерного **прогнозного** объёма добываемого газа по построенному на шаге 2 уравнению  $x = F(t) = x_{\text{мод}}(t)$  в ячейки 4-го столбца таблицы в прил. 1.

*Шаг 4.* В прил. 3 выбираем конкретное уравнение  $q = \Phi(x)$  функции, аппроксимирующей дебит скважины при заданном эксплуатационном режиме, и вычисляем все параметры этого уравнения по исходным данным в столбцах 2 и 3 таблицы в прил. 1.

*Шаг 5.* Заносим результаты расчётов безразмерного **прогнозного** дебита как функции от объёма  $x$  по построенному на шаге 4 уравнению  $q = \Phi(x) = q_{\text{мод}}(x)$  в ячейки 5-го столбца таблицы в прил. 1.

*Шаг 6.* Вычисляем оценки критериев качества  $S_x$  и  $S_q$  аппроксимационных моделей  $x = F(t) = x_{\text{мод}}(t)$  и  $q = \Phi(x) = q_{\text{мод}}(x)$ . В частности, если в качестве критерия качества выбрана сумма квадратов отклонений, то в ячейках 6 и 7 столбцов таблицы в прил. 1 заносим значения  $[x(t) - x_{\text{мод}}(t)]^2$  и  $[q(t) - q_{\text{мод}}(t)]^2$ , а затем вычисляем сумму квадратов этих отклонений.

*Примечание 5.* Если вычисленные оценки критериев качества  $S_x$  и  $S_q$  построенных аппроксимационных моделей  $x = F(t) = x_{\text{мод}}(t)$  и  $q = \Phi(x) = q_{\text{мод}}(x)$  оказались неудовлетворительными, то выбираем новые в прил. 2 и 3 уравнения  $x = F(t)$  и  $q = \Phi(x)$ . С новыми уравнениями выполняем повторные расчёты по шагам 2–6. Выбор новых уравнений продолжается до тех пор, пока не получим удовлетворительные оценки критериев качества  $S_x$  и  $S_q$ . После построения нескольких аппроксимационных моделей с удовлетворительными оценками критериев качества выполняем расчёты **прогнозных** значений эксплуатационных параметров скважины.

*Шаг 7.* В ячейки столбца 1-п таблицы MS Excel в прил. 1 заносим время для упреждающего прогнозирования. В частности, последовательные номера годов (месяцев), для которых необходимо рассчитать прогнозный дебит скважины с тем технологическим режимом, с которым она работала перед началом этапа прогнозирования.

*Шаг 8.* С помощью уравнения  $x = F(t) = x_{\text{мод}}(t)$ , построенного на шаге 2, рассчитываем прогнозные значения отбираемых безразмерных объёмов  $x_{\text{мод}}(t)$  добываемого газа на протяжении всего времени прогнозирования. Результаты расчётов заносим в ячейки столбца 4-п таблицы в прил. 1.

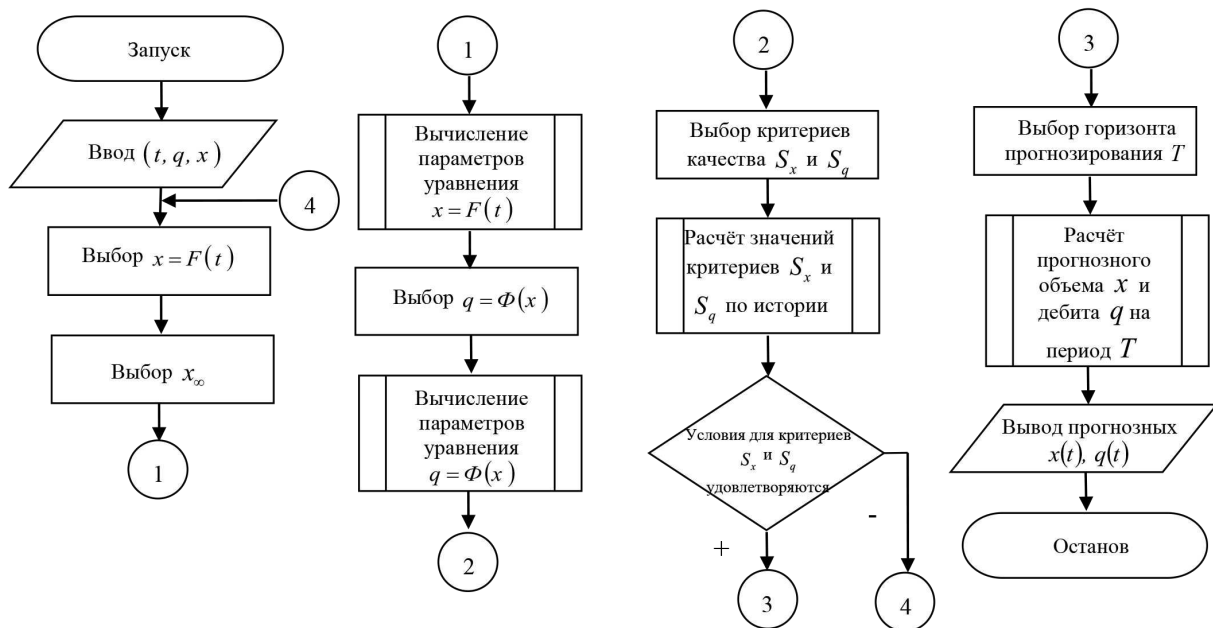
*Шаг 9.* С помощью уравнения  $q = \Phi(x) = q_{\text{мод}}(x)$ , построенного на шаге 4, рассчитываем прогнозные дебиты скважины по прогнозным значениям безразмерных объёмов  $x_{\text{мод}}(t)$  в ячейках столбца 4-п. Результаты расчётов  $q_{\text{мод}} = q_{\text{мод}}(x_{\text{мод}}(t))$  прогнозных дебитов, зависящих от отбираемых безразмерных объёмов  $x_{\text{мод}}(t)$ , заносим в ячейки столбца 5-п таблицы в прил. 1.

*Шаг 10.* По данным столбцов 1-п и 5-п с помощью мастера диаграмм MS Excel строим график прогнозных дебитов скважины на всём периоде упреждающего прогнозирования. Такой график позволяет определить прогнозную длительность экономически эффективной для газодобывающего предприятия работы данной скважины и прогнозную оценку извлекаемых скважиной запасов газа.

Укрупнённая блок-схема описанного алгоритма расчёта прогнозных промысловых параметров газовых скважин представлена на рис. 1.

**5. Тестовые примеры расчёта прогнозных кривых падения дебита скважины.** Приведём тестовые примеры построения прогнозных кривых падения дебитов скважин по описанной экспресс-методике.

В предлагаемых аппроксимационных математических моделях прогнозирования дебитов скважин на основе кривых «дебит – накопленный отбор» важную роль играет величина удельных (т. е. приходящихся на отдельную скважину) извлекаемых запасов газа, обозначаемая как  $x_\infty$ , либо как  $x_\Sigma$ . Как правило, величина удельных извлекаемых скважинами запасов газа в перечне исходных данных не указывается. Поэтому вначале делается оценка величины  $x_\infty$ . Для этого в соответствии с описанным в п. 4 алгоритмом расчёта прогнозных промысловых параметров газовой скважины в среде MS Excel выполняем шаги 1, 2 и 3 алгоритма. В результате строится аппроксимационная модель, описывающая темпы отбора  $x = x(t)$  скважиной газа из её зоны дренирования. Именно по этой построенной модели по формуле (5) делаются первичные приближённые оценки величины  $x_\infty$ . Если строится несколько моделей  $x = x(t)$ , то появляется несколько приближенных оценок  $x_\infty$ .



**Рис. 1.** Укрупнённая блок-схема расчётного алгоритма прогнозных промысловых параметров газовых скважин

**Fig. 1.** The enlarged block diagram of the calculation algorithm of the forecast field parameters of gas wells

Далее в соответствии с описанным алгоритмом выполняем шаги 4 и 5 для построения математической модели аппроксимации дебитов скважины с накопленными объёмами  $x = x(t)$  извлечённого газа. В результате приходим к аппроксимационным моделям «дебит – накопленный отбор»  $q = q(t)$ . Совокупность двух построенных аппроксимационных зависимостей  $x = x(t)$  и  $q = q(t)$  даёт в конечном итоге ту

математическую модель расчёта прогнозных дебитов скважин, без которой нельзя осуществлять упреждающее планирование работы газодобывающего предприятия по дальнейшей разработке месторождения.

Для скважин с условными номерами № 1 и 2 по исходным данным в табл. 1 и 2 построены математические модели с номерами 1 и 2, представленные в табл. 4 и 5. Математические модели № 3 для этих же скважин построены ранее на основе исследования временных рядов «среднегодовой дебит – время» и приведены для сравнения с результатами моделей 1 и 2 [7].

Таблица 4

Математические модели расчёта прогнозных дебитов для скважины № 1		
Модель № 1	Модель № 2	Модель № 3, формула (5)
$x(t) = x_{\infty} \cdot th [y(t)]$ , где $y(t) = 0,1419 \cdot e^{0,1843t}$	$x(t) = \frac{1}{0,039 + \frac{0,9579}{t}}$	$q(t) = a \cdot e^{\alpha t + \beta t^2 + \gamma t^3}$ , где
$q(x) = 0,84539 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{x}{x_{\infty}} \right)^2 \right]^{0,21663}$ , $x_{\infty} = 10,4282$	$q(x) = 0,6917 \cdot v^2(x) + 0,2834 \cdot v(x)$ , где $v(x) = 1 - \left( \frac{x}{x_{\infty}} \right)^2$ , $x_{\infty} = 15,88$	$a = 1,283463$ ; $\alpha = -0,183028$ ; $\beta = 0,020902$ ; $\gamma = -0,000898$

Таблица 5

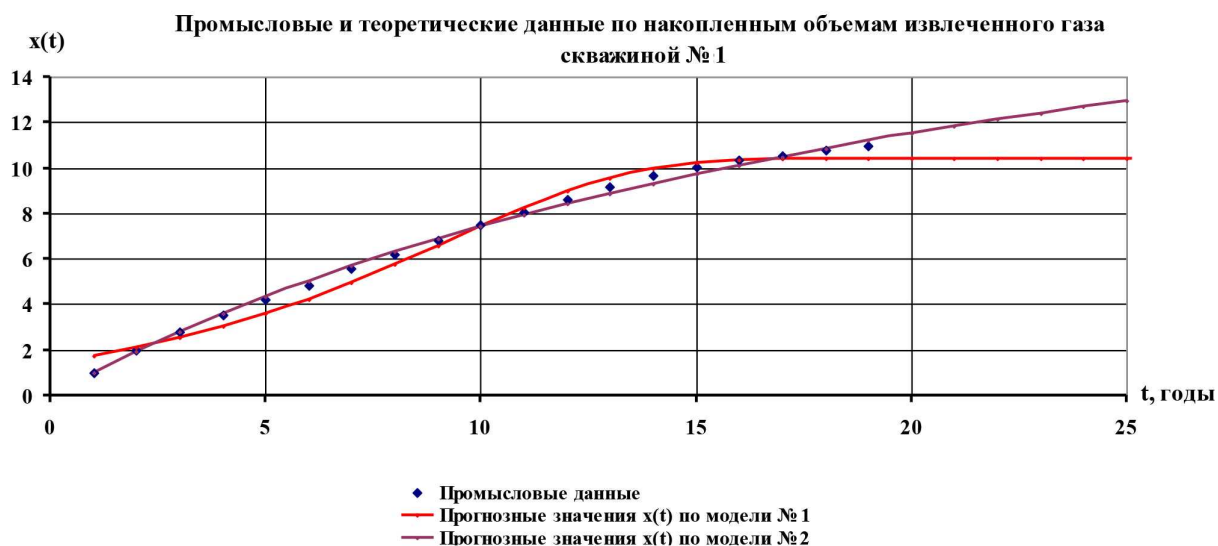
Математические модели расчёта прогнозных дебитов для скважины № 2		
Модель № 1	Модель № 2	Модель № 3, формула (6)
$x(t) = \frac{1}{0,1812 \cdot z^2 + 0,7492 \cdot z + 0,017}$ , где $z = \frac{1}{t^{0,8058}}$	$x(t) = -5,1146 \cdot z^2 + 18,233 \cdot z$ , где $z = 0,06434 \cdot t^{0,84829}$ . Из условия $\frac{dx(t)}{dt} = 0$ находим, что $x_{\infty} \cong 16,25$ , т. е. когда время эксплуатации составит $t = t_{max} \approx 50$ лет	$q(t) = a \cdot e^{\alpha t + \beta t^2 + \gamma t^3}$ , где
$q(x) = 1,4401 \cdot v^2(x) - 0,4551 \cdot v(x)$ , где $v(x) = 1 - \left( \frac{x}{x_{\infty}} \right)^2$ , $x_{\infty} = 17$	$q(x) = 0,1297 \cdot sh[2,75 \cdot v(x)]$ , где $v(x) = 1 - \left( \frac{x}{x_{\infty}} \right)^2$ , $x_{\infty} = 16,25$	$a = 1,38971$ ; $\alpha = -0,20896$ ; $\beta = 0,02223$ ; $\gamma = -0,00096$

На рис. 2 приведены графики аппроксимации накопленных объёмов извлечённого скважиной № 1 газа по моделям 1 и 2. Первая модель, в отличие от второй, более наглядно показывает ограниченность объёма извлекаемого скважиной № 1 газа. По предельному значению  $x(t)$  сделана оценка извлекаемых скважиной № 1 объёмов газа. По модели № 1 она составила величину  $x_{\infty} \approx 10,4282$ . По модели № 2 для этой

же скважины величина  $x_\infty \approx 15,88$ . Судя по графикам, модель № 2 будет точнее отразить добычные свойства скважины и извлекаемые объёмы газа.

На рис. 3 приведены графики накопленных объёмов извлечённого скважиной № 2 газа по первой и второй моделям. Судя по графикам, обе модели примерно равноценны, что отражается примерно в одинаковых оценках извлекаемых объёмов газа.

На рис. 4 приведены промысловые данные и графики прогнозных дебитов скважины № 1 по моделям 1, 2 и 3. Первая модель, в отличие от второй, более тесно примыкает на этапе прогнозирования к результатам 3-й модели. Однако 2-я модель на этапе истории точнее описывает набор исходных промысловых данных. Поэтому прогнозирование на шесть лет вперёд  $20 \leq t \leq 25$  следует рассматривать как интервальное, определяемое значениями между 1-й и 2-й моделями.



**Рис. 2.** Сравнение исходных и контрольных промысловых данных для скважины № 1 на этапе истории  $1 \leq t \leq 19$  с расчётными прогнозными значениями  $x(t)$  для периода  $1 \leq t \leq 25$ . Прогноз осуществляется на 6 лет вперёд  $20 \leq t \leq 25$

**Fig. 2.** Comparison of the initial and control production data for well No. 1 at the stage of history  $1 \leq t \leq 19$  with calculated forecast values for the period  $1 \leq t \leq 25$ . The forecast is carried out for 6 years in advance  $20 \leq t \leq 25$

Промысловые и прогнозные данные по объёмам извлекаемого газа скважиной № 2

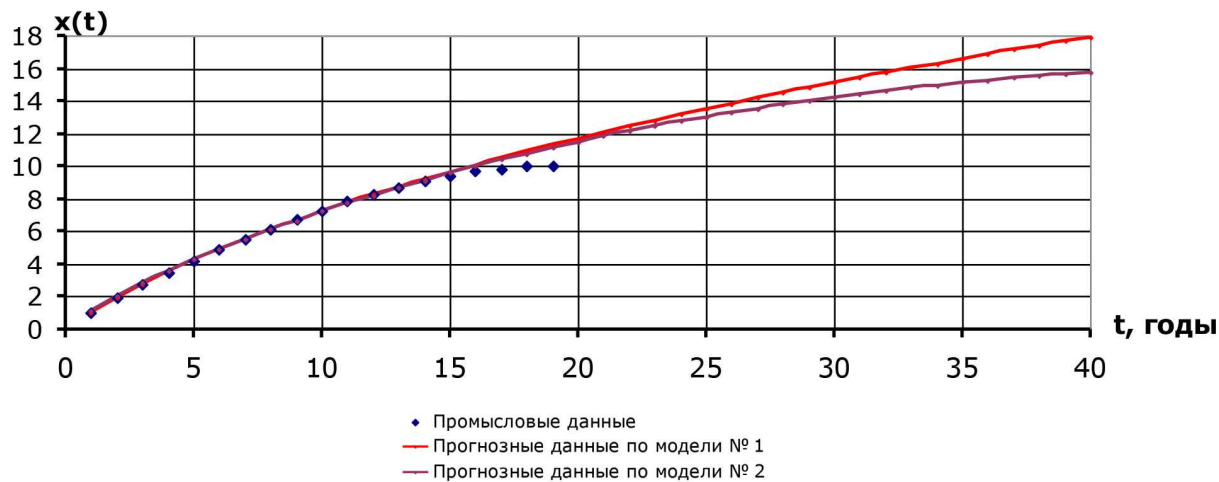


Рис. 3. Сравнение исходных промысловых данных на этапах истории  $1 \leq t \leq 19$  с расчётными прогнозными значениями  $x(t)$  для периода  $1 \leq t \leq 40$ . Прогноз осуществляется на 25 лет вперёд  $25 \leq t \leq 40$

Fig. 3. Comparison of the initial fishing data at the stages of the history of  $1 \leq t \leq 19$  with estimated forecast values for  $x(t)$  for the period  $1 \leq t \leq 40$ . The forecast is carried out 25 years in advance of  $25 \leq t \leq 40$

Сравнение промысловых и прогнозных дебитов скважины № 1

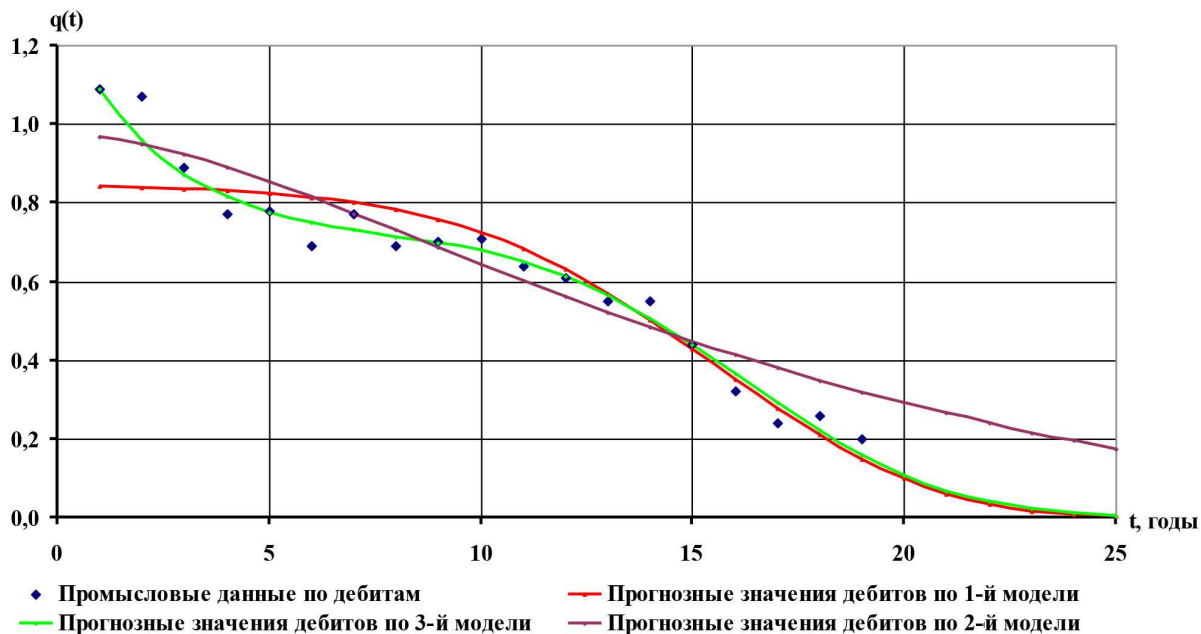
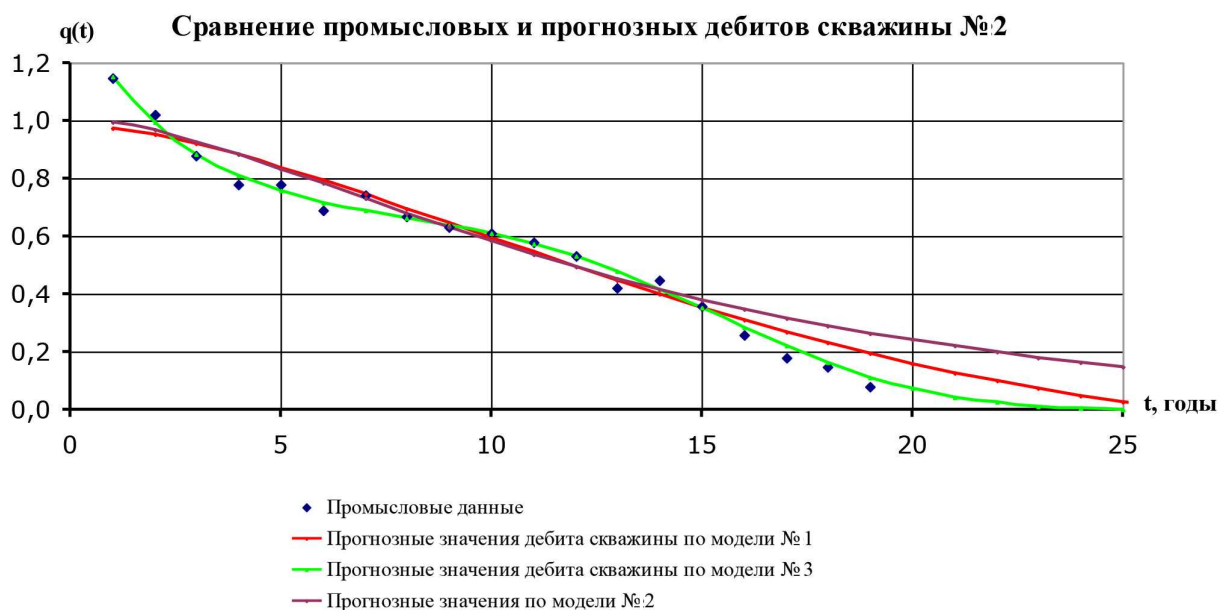


Рис. 4. Сравнение исходных промысловых и прогнозных дебитов скважины № 1 по трём математическим моделям при прогнозировании на 6 лет вперёд  $20 \leq t \leq 25$

Fig. 4. Comparison of the initial production and forecast flow rates of well No. 1 for three mathematical models when forecasting for 6 years ahead  $20 \leq t \leq 25$



**Рис. 5.** Сравнение исходных промысловых и прогнозных дебитов скважины № 2 по трём математическим моделям при прогнозировании на 6 лет вперёд  $20 \leq t \leq 25$

**Fig. 5.** Comparison of the initial production and forecast production rates of well No. 2 for three mathematical models when forecasting for 6 years ahead  $20 \leq t \leq 25$

На рис. 5 представлены промысловые данные и графики прогнозных дебитов скважины № 2 по моделям 1, 2 и 3. Первая и вторая модели удовлетворительно и равноценно описывают набор исходных промысловых данных. Однако 3-я модель на этапе истории точнее первых двух отражает набор исходных промысловых данных. При этом первая модель даёт значения, попадающие между 2-й и 3-й моделями. Это позволяет рекомендовать для прогнозных расчётов дебитов скважины № 2 первую математическую модель.

По поводу рис. 4 и 5 необходимо сделать оговорку, что прогнозные дебиты скважин рассчитывались путём экстраполяции построенных аппроксимационных зависимостей  $x = x(t)$  и  $q = q(x)$ , указанных в табл. 4 и 5. Поясним на примере скважины № 1, как с помощью аппроксимационных моделей разрабатывать оптимальные эксплуатационные режимы работы скважин с большим временем упреждения порядка 10 лет вперёд.

**б. Планирование рациональных эксплуатационных режимов работы добывающих скважин.** Пусть требуется на протяжении времени от текущего момента  $t_{\text{нач}}$  до заранее заданного конечного момента  $t_{\text{кон}}$  с помощью конкретной эксплуатационной скважины (например, скважины с условным № 1) добыть заданный объём газа  $\tilde{x}_{\text{кон}} - x_{\text{нач}}$ . Известно, что к начальному моменту  $t_{\text{нач}}$  скважина уже извлекала из пласта газ объёмом  $x_{\text{нач}}$ .

Для решения этой практической задачи метод экстраполяции применить непосредственно будет нельзя, поскольку ранее построенные аппроксимационные



модели  $x = x(t)$  не могут гарантировать выполнения равенства  $x_{\text{кон}} = \tilde{x}_{\text{кон}}$ , в котором  $x_{\text{кон}} = t_{\text{кон}}$ .

Поэтому для расчёта прогнозных дебитов скважины, при которых и будет решена поставленная задача, задаёмся физически допустимыми функциями отбора газа  $x = f(t) \neq x(t)$ . Можно предложить несколько таких функций. Самая простая – линейная модель отбора газа, которая задаётся функцией

$$\frac{x - x_{\text{нач}}}{\tilde{x}_{\text{кон}} - x_{\text{нач}}} = \frac{t - t_{\text{нач}}}{t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}}}. \quad (7)$$

Другие стратегии отбора газа могут задаваться степенными функциями вида

$$x = f_1(t) = x_{\text{нач}} + (\tilde{x}_{\text{кон}} - x_{\text{нач}}) \cdot \left( \frac{t - t_{\text{нач}}}{t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}}} \right)^{-\alpha}, \quad \text{где } \alpha > 0. \quad (8)$$

Показательная стратегия отбора газа задаётся функцией

$$x = f_2(t) = x_{\text{нач}} \cdot \left( \frac{\tilde{x}_{\text{кон}}}{x_{\text{нач}}} \right)^{\left( \frac{t - t_{\text{нач}}}{t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}}} \right)}. \quad (9)$$

Логарифмическая стратегия отбора газа задаётся функцией

$$x = f_3(t) = x_{\text{нач}} + (\tilde{x}_{\text{кон}} - x_{\text{нач}}) \frac{\ln \left( \frac{t}{t_{\text{нач}}} \right)}{\ln \left( \frac{t_{\text{кон}}}{t_{\text{нач}}} \right)}. \quad (10)$$

Для примера проанализируем, может ли эксплуатационная скважина 1 продолжить добычу газа на протяжении следующих восьми лет. По построенной аппроксимационной модели № 1 извлекаемые запасы газа этой скважины фактически уже исчерпаны. Согласно аппроксимационной модели скважина 1 к моменту  $t_{\text{нач}} = 17$  уже извлекала газ объёмом  $x_{\text{нач}} = 10,330945$ , а оценка извлекаемых запасов  $x_{\text{кон}} = 10,4282$ . Поэтому для данной скважины актуален вопрос о возможности продления её сроков эксплуатации и уточнении оценки извлекаемых из её зоны дренирования запасов газа.

Для анализа прогнозных эксплуатационных свойств скважины 1 вначале зададимся из числа перечисленных ранее несколькими возможными законами отбора газа. Выберем линейный (7), степенной с  $\alpha = 2$  (8) и логарифмический (10) законы. В уравнениях (7), (8) и (10) зададим следующие параметры:  $t_{\text{нач}} = 17, t_{\text{кон}} = 25, x_{\text{нач}} = 10,330945$  и  $\tilde{x} = x_{\text{кон}} = 10,4282$ . В столбцах 2, 3 и 4 табл. 6 представлены расчётные значения прогнозируемых объёмов отбираемого газа в соответствии с гипотезами (7), (8) и (10).

Годы, t	Первичные оценки объёмов извлекаемых запасов газа			Прогнозные дебиты скважины 1 по модели 1 (табл. 3), подсчитанные для данных 2, 3 и 4-го столбцов			Пересчитанные по прогноznым дебитам в столбцах 5, 6 и 7 оценки объёмов извлекаемых запасов газа		
	x(t)- лин	x(t)- степ	x(t)- лог	qлин	qстеп	qлог	xfакт- лин	xfакт- степ	xfакт- лог
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
17	10,34	10,34	10,34	0,35	0,35	0,35	10,34	10,34	10,34
18	10,35	10,34	10,35	0,34	0,35	0,34	10,65	10,66	10,65
19	10,36	10,34	10,37	0,33	0,34	0,32	10,95	10,98	10,95
20	10,37	10,35	10,38	0,32	0,34	0,31	11,24	11,29	11,23
21	10,38	10,36	10,39	0,30	0,33	0,29	11,52	11,59	11,50
22	10,39	10,37	10,40	0,28	0,31	0,28	11,78	11,87	11,75
23	10,41	10,39	10,41	0,26	0,29	0,25	12,02	12,14	11,98
24	10,42	10,41	10,42	0,22	0,26	0,22	12,22	12,38	12,18
25	10,43	10,43	10,43	0,00	0,00	0,00	12,22	12,38	12,18

По вычисленным в столбиках 2, 3 и 4 прогнозным значениям  $x = f(t)$  по формуле расчета дебитов  $q = f(t)$  (математическая модель 1 в табл. 3) вычислялись прогнозные дебиты скважины. Результаты расчетов по каждой гипотезе занесены в столбики 5, 6 и 7 табл. 5. Для наглядности на рис. 6 приведены графики прогнозных дебитов скважины 1.

Выбор оптимального стратегического закона эксплуатации скважины №1

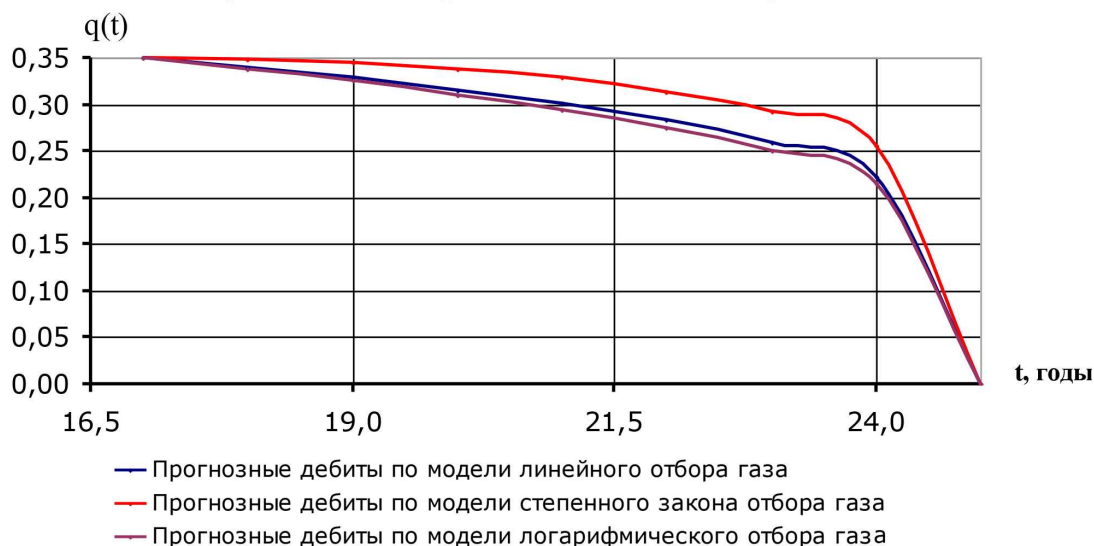


Рис. 6. Прогнозные дебиты скважины № 1 с упреждением на следующие 9 лет,  $17 \leq t \leq 25$

Fig. 6. Forecasted flow rates of well No. 1 with a lead of the next 9 years,  $17 \leq t \leq 25$

В столбиках 8, 9 и 10 табл. 5 приведены подсчитанные по прогнозным дебитам по формуле (4) оценки прогнозных объёмов извлекаемых запасов газа. Обращает

на себя внимание тот факт, что при любой исходной гипотезе по темпам отбора газа, прогнозный извлекаемый к моменту  $t = 25$  объём газа почти один и тот же, и примерно равен 12,26 усл. ед. Другими словами, скважина, проработав ещё восемь лет, дополнительно извлечет из пласта газ суммарным объёмом  $12,26 - 10,43 = 1,83$  усл. ед. Можно дальше оценить, насколько экономически целесообразно сохранение такой скважины в качестве добывающей. Но это уже выходит за рамки статьи.

Таким образом, для выбора технологического режима рекомендуется взять степенной закон отбора газа, поскольку в этом случае прогнозируемый извлекаемый к моменту  $t = 25$  объём газа максимален.

Для практического управления дебитами скважины по указанным законам следует дополнительно воспользоваться стандартным уравнением притока газа к скважине  $p_{\text{пл}}^2 - p_{\text{скв}}^2 = Aq + Bq^2$ , получаемым на основании обработки гидродинамических исследований. По найденным в табл. 5 прогнозным дебитам, известному пластовому давлению  $p_{\text{пл}}$  и фильтрационным сопротивлениям  $A$  и  $B$  можно рассчитать требуемые забойные давления  $p_{\text{скв}}$  для управления технологическим режимом работы.

Через шесть лет эксплуатации, т. е. к 2023 году, на скважине № 1, согласно графикам на рис. 6, следует провести геофизические и гидродинамические исследования с целью оценки остаточных запасов газа и целесообразности проведения ГТМ для повышения дебита скважины.

**Заключение.** В статье предложена экспресс-методика расчета прогнозных промысловых параметров газодобывающих скважин по исходным данным: номер месяца, среднесуточный дебит, число отработанных скважиной в месяце часов, содержащимся в отчётных рапортах ГДП по добыче газа. Сформулирована система рабочих постулатов (гипотез) для расчёта прогнозных промысловых параметров скважин, в частности, прогнозных дебитов. Разработан алгоритм расчётов прогнозных промысловых параметров газовой скважины, который может быть реализован в популярной среде MS Excel. Приведены тестовые примеры расчёта по реальным промысловым данным прогнозных кривых падения дебита скважины. ГДП предложенную экспресс-методику расчёта прогнозных промысловых параметров скважин на практике могут применять как для разработки планируемых ими к проведению программ ГТМ, так и для обоснования рациональности по технико-экономической эффективности предлагаемых программ ГТМ.

#### Список литературы

1. Лапук Б. Б. Теоретические основы разработки месторождений природных газов. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 296 с.
2. Kathrada M., Azri K. A Pragmatic Approach to Reservoir Simulation Optimisation Under Uncertainty // Society of Petroleum Engineers. 2019, September 17. DOI: 10.2118/196659-MS.
3. Ismail A., Hazem Y., Al Obaidi M. N., Bogachev K., Gusarov E., Shelepov K., Kuzevanov M. Assisted History Matching and Uncertainty Analysis Workflow for a Large Oilfield in Middle East // Society of Petroleum Engineers. 2019, September 17. DOI: 10.2118/196729-MS.

4. Steffens B., Demyanov V., Couples G., Arnold D., Lewis H. Flow through fractured reservoirs under geological and geomechanical uncertainty // 81st EAGE Conference and Exhibition 2019. June.
5. Леонтьев В. П. Microsoft Excel 2016. Новейший самоучитель. М.: Эксмо, 2016.
6. Гарнаев А. Ю. MS Excel 2002: разработка приложений. СПб.: БХВ-Петербург, 2004. 768 с.
7. Гасумов Р. А., Толпаев В. А., Ахмедов К. С., Винниченко И. А. Среднесрочный прогноз дебитов добывающих скважин в среде MS Excel // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2012. № 7. С. 32–36.

*Статья поступила в редакцию 15.03.2020; принята к публикации 15.04.2020*

#### **Библиографическое описание статьи**

*Толпаев В. А., Ахмедов К. С., Петросянц М. Т.* Математические модели расчетов прогнозной производительности газовых скважин по кривым «дебит – накопленный отбор» // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 15, № 3. С. 19–37. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-19-37.

***Vladimir A. Tolpaev***<sup>1</sup>,

*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,  
North-Caucasus Research and Design Institute of Natural Gases  
(419 Lenina st., Stavropol, 355000, Russia),  
e-mail: v.a.tolpaev@mail.ru  
ORCID: 0000-0001-5937-0151*

***Kurban S. Ahmedov***<sup>2</sup>,

*Candidate of Technical Sciences,  
North-Caucasus Research and Design Institute of Natural Gases  
(419 Lenina st., Stavropol, 355000, Russia),  
e-mail: kurban2000@mail.ru  
ORCID: 0000-0002-2909-8203*

***Musheg T. Petrosyants***<sup>3</sup>,

*Research Fellow,  
North-Caucasus Research and Design Institute of Natural Gases  
(419 Lenina st., Stavropol, 355000, Russia),  
e-mail: PetrosyancMT@scnipigaz.ru  
ORCID: 0000-0003-4643-3728*

### **Mathematical Models for Calculating the Forecast Gas Well Performance by Curves “Flow Rate – Accumulated Production”**

An express method for calculating the forecast production parameters of gas wells based on gas producers' monthly production reports is proposed. List of postulates (hypotheses) accepted for computation of forecast flow rates is formulated. An algorithm for calculating the forecast

---

<sup>1</sup>V. A. Tolpaev: systematized article material.

<sup>2</sup>K. S. Ahmedov systematized the material of the article, carried out numerical calculations.

<sup>3</sup>M. T. Petrosyants systematized article material, finalized programs.

flow rates of a gas well is developed. Test examples of calculation based on real production data of the well production decline curves are given. The proposed express methodology can be used by gas producers both for workover planning and to justify the rationality of the technical and economic effectiveness of the the workover.

**Keywords:** gas well, gas reservoir, monthly production reports, technological regimes, time horizon, flow rate, approximation, mathematical model

### *Translit*

1. Lapuk, B. B. Teoreticheskie osnovy razrabotki mestorozhdenij prirodnyh gazov. M.; Izhevsk: Institut komp'yuternyh issledovanij, 2002. 296 s.
2. Kathrada, M., Azri, K. A Pragmatic Approach to Reservoir Simulation Optimisation Under Uncertainty // Society of Petroleum Engineers. 2019, September 17. DOI: 10.2118/196659-MS.
3. Ismail, A., Hazem Y., Al Obaidi, M. N., Bogachev, K., Gusarov, E., Shelepov, K., Kuzevanov, M. Assisted History Matching and Uncertainty Analysis Workflow for a Large Oilfield in Middle East // Society of Petroleum Engineers. 2019, September 17. DOI: 10.2118/196729-MS.
4. Steffens, B., Demyanov, V., Couples, G., Arnold, D., Lewis, H. Flow through fractured reservoirs under geological and geomechanical uncertainty // 81st EAGE Conference and Exhibition 2019. June.
5. Leontiev, V. P. Microsoft Excel 2016. Novejshij samouchitel'. M.: Eksmo, 2016.
6. Garnaev, A. YU. MS Excel 2002: razrabotka prilozhenij. SPb.: BHV-Peterburg, 2004. 768 s.
7. Gasumov, R. A., Tolpaev, V. A., Ahmedov, K. S., Vinnichenko, I. A. Srednesrochnyj prognoz debitov dobyvayushchih skvazhin v srede MS Excel // Avtomatizaciya, telemekhanizaciya i svyaz' v neftyanoj promyshlennosti. 2012. № 7. S. 32–36.

**Received: March 15, 2020; accepted for publication April 15, 2020**

### **Reference to article**

*Tolpaev V. A., Ahmedov K. S., Petrosyants M. T.* Mathematical Models for Calculating the Forecast Gas Well Performance by Curves “Flow Rate – Accumulated Production” // Scholarly Notes of Transbaikal State University. 2020. Vol. 15, No. 3. PP. 19–37. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-19-37.

УДК 517.956

DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-38-45

*Святослав Евгеньевич Холодовский,*  
*доктор физико-математических наук, профессор,*  
*Забайкальский государственный университет*  
*(672039, Россия, г. Чита, ул. Александро-Заводская, 30),*  
*e-mail: hol47@yandex.ru*  
*ORCID: 0000-0002-3983-1384*

### О решении задачи Дирихле в полуплоскости для дивергентных уравнений с кусочно-гладкими коэффициентами

Рассмотрена первая краевая задача в полуплоскости  $y < 0$ , состоящей из двух квадрантов  $D_1(x < 0)$  и  $D_2(x > 0)$ , в которых дивергентное уравнение имеет коэффициенты соответственно вида  $k_1(x) = a(b_1x - 1)^{-2}$  и  $k_2(x) = a(b_2x + 1)^{-2}$ . На линии  $x = 0$  имеют место условия сопряжения. Данная задача моделирует установившиеся процессы теплопереноса в неоднородных средах с непрерывной функцией проницаемости, имеющей максимум на линии  $x = 0$ . Методом свёртывания разложений Фурье решение задачи выражено через решение классической задачи Дирихле в полуплоскости для уравнения Лапласа.

**Ключевые слова:** краевые задачи, дивергентное уравнение, неоднородные проницаемые среды, обобщённые условия сопряжения, метод свёртывания разложений Фурье

Реальные проницаемые среды, в которых происходят процессы теплопереноса, как правило, являются неоднородными. В математических моделях задачи теплопереноса в неоднородных средах приводят к краевым задачам математической физики для дивергентных уравнений с функциональным коэффициентом  $k(x)$ , который характеризует проницаемость среды. Для некоторых функций  $k(x)$  известны явные решения соответствующих уравнений [1]–[6]. Однако указанные функции  $k(x)$  могут обращаться в ноль или в бесконечность и поэтому моделируют проницаемость реальных сред лишь на малых участках, вне которых расхождение между проницаемостью и функцией  $k(x)$  может быть значительным. Рассмотрение кусочно-непрерывных функций  $k(x)$  расширяет возможности моделирования проницаемости реальных сред.

Рассмотрим в нижней полуплоскости  $D(x \in \mathbb{R}, y < 0)$ , состоящей из двух квадрантов  $D_1(x < 0, y < 0)$  и  $D_2(x > 0, y < 0)$ , относительно функций  $\varphi_i(x, y)$  в  $D_i$  первую краевую задачу (задачу Дирихле) для дивергентных уравнений с обратноквадратичными коэффициентами:

$$\partial_x[k_i(x)\partial_x\varphi_i(x, y)] + k_i(x)\partial_{yy}\varphi_i(x, y) = 0, \quad (x, y) \in D_i; \quad (1)$$

$$\varphi_1|_{y=0} = 0, \quad \varphi_2|_{y=0} = h(x), \quad (2)$$

$$x = 0 : \quad \varphi_1 = \varphi_2, \quad \partial_x \varphi_1 = \partial_x \varphi_2; \quad (3)$$

где

$$k_1(x) = \frac{a}{(b_1x - 1)^2}, \quad k_2(x) = \frac{a}{(b_2x + 1)^2}, \quad (4)$$

$a, b_i$  – произвольные положительные постоянные,  $h(x)$  – заданная функция, ( $h(x)$  ограничена при  $0 < x < \infty$ ),  $\partial_x = \partial/\partial x$ ,  $\partial_{yy} = \partial^2/\partial y^2$ , функции  $\varphi_i(x, y)$  ограничены в  $D_i$ . Задача (1)–(3) описывает установившиеся процессы теплопереноса (теплопроводности, фильтрации жидкости, диффузии и др.) в кусочно-неоднородных средах с функциями проницаемости  $k_i(x)$  в соответствующем квадранте  $D_i$  при заданном потенциале на границе полуплоскости. В задаче (1)–(3) граничное условие однородно при  $x < 0$ , что не умаляет общности, т. к. при однородном граничном условии при  $x > 0$  (и неоднородном условии при  $x < 0$ ) задача решается аналогично, а в общем случае при неоднородном граничном условии на всей границе  $y = 0$  решение задачи имеет вид суммы решений указанных задач с однородными граничными условиями в одной из зон.

В задаче (1)–(3) проницаемость (4) в зонах  $D_i$  меняется вдоль оси  $x$  и не меняется по переменной  $y$ . При этом функция проницаемости непрерывна во всей полуплоскости  $y < 0$ , имеет максимум на линии  $x = 0$  и убывает при удалении от этой линии в обе стороны. Отметим, что точки, в окрестности которых функции проницаемости (4) неограниченны, лежат вне соответствующей зоны  $D_i$ .

Условия сопряжения (3) выражают непрерывность потенциала и нормальной скорости на линии разрыва производной функции проницаемости.

Следуя работе «Задачи математической физики...» [7, с. 155], в задаче (1)–(3) перейдём к новым неизвестным функциям  $u_i(x, y)$  в квадрантах  $D_i$  по формулам

$$\varphi_1(x, y) = (b_1x - 1)\partial_x u_1(x, y) - b_1 u_1(x, y); \quad (5)$$

$$\varphi_2(x, y) = (b_2x + 1)\partial_x u_2(x, y) - b_2 u_2(x, y). \quad (6)$$

Отсюда уравнения (1) для функций  $u_i(x, y)$  примут вид уравнения Лапласа:

$$\Delta u_i(x, y) = 0, \quad (x, y) \in D_i, \quad (7)$$

где  $\Delta u = \partial_{xx} u + \partial_{yy} u$ . Граничные условия (2) примут вид линейных обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций  $u_i(x, 0)$  вида

$$\partial_x u_1(x, 0) - \frac{b_1}{b_1x - 1} u_1(x, 0) = 0, \quad x < 0; \quad (8)$$

$$\partial_x u_2(x, 0) - \frac{b_2}{b_2x + 1} u_2(x, 0) = \frac{h(x)}{b_2x + 1}, \quad x > 0. \quad (9)$$

Решения уравнений (8), (9) соответственно при  $x \in (-\infty, 0)$  и  $x \in (0, \infty)$  имеют вид

$$u_1|_{y=0, x<0} = 0, \quad u_2|_{y=0, x>0} = H(x), \quad (10)$$

где

$$H(x) = (b_2x + 1) \left[ \int_0^x \frac{h(t)dt}{(b_2t + 1)^2} + c \right], \quad (11)$$

постоянная  $c$  подбирается из условия ограниченности функции  $H(x)$  при  $0 < x < \infty$ , иначе решение задачи Дирихле (см. (14)) имеет особую точку в бесконечности.

Условия сопряжения (3) для функций  $u_i(x, y)$  (5), (6) примут вид

$$x = 0 : \quad -\partial_x u_1 - b_1 u_1 = \partial_x u_2 - b_2 u_2, \quad -\partial_{xx} u_1 = \partial_{xx} u_2. \quad (12)$$

Последнее условие с учётом уравнения Лапласа (7) для функций  $u_i(x, y)$  примет вид тождества  $-\partial_{yy} u_1(0, y) \equiv \partial_{yy} u_2(0, y)$ . Интегрируя дважды последнее тождество с учётом ограниченности функций  $u_i(x, y)$  в  $D_i$ , получим  $-u_1(0, y) = u_2(0, y)$ . Отсюда условия сопряжения (12) приводятся к виду (первое условие сохраняется):

$$x = 0 : \quad -\partial_x u_1 - b_1 u_1 = \partial_x u_2 - b_2 u_2, \quad -u_1 = u_2. \quad (13)$$

Таким образом, для функций  $u_i(x, y)$  получили задачу Дирихле с обобщёнными условиями сопряжения при  $x = 0$  вида (7), (10), (13).

Для решения задачи (7), (10), (13) применяем метод свёртывания разложений Фурье [8], который приспособлен к решению краевых задач с обобщёнными условиями сопряжения. Следуя указанному методу, наряду с задачей (7), (10), (13) рассмотрим классическую задачу Дирихле для уравнения Лапласа относительно функции  $F(x, y)$  в полуплоскости  $y < 0$  с сохранением граничной функции (10):

$$\Delta F = 0, \quad y < 0; \quad F|_{y=0} = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ H(x), & x > 0. \end{cases} \quad (14)$$

Решение последней задачи строится по формуле Пуассона и имеет вид

$$F(x, y) = -\frac{y}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{H(t)dt}{(x-t)^2 + y^2}, \quad y < 0. \quad (15)$$

Отметим, что для широкого класса граничных функций  $H(x)$  (например, для кусочно-непрерывных функций, составленных из многочленов) функция  $F(x, y)$  вы-



числяется в конечном виде в элементарных функциях. Далее считаем функцию  $F(x, y)$  (14), (15) известной.

Выведем формулы, выражающие решение задачи (7), (10), (13) через функцию  $F(x, y)$ . Для этого дальнейшие рассуждения проведём формально и проверим окончательный результат. Предположим сначала, что функция  $F(0, y)$  при  $-\infty < y < 0$  разлагается в интеграл Фурье по синусам:

$$F(0, y) = \int_0^{\infty} f_1(\lambda) \sin \lambda y d\lambda,$$

где

$$f_1(\lambda) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} F(0, y) \sin \lambda y dy. \quad (16)$$

Отсюда функция  $F(x, y)$  (14) в квадранте  $D_1$  имеет вид

$$F(x, y) = \int_0^{\infty} f_1(\lambda) e^{\lambda x} \sin \lambda y d\lambda, \quad x \leq 0, \quad y < 0 \quad (17)$$

(здесь функция  $F(x, y)$  является решением задачи Дирихле в квадранте  $D_1$ :  $\Delta u = 0$ ,  $u|_{y=0} = 0$ ,  $u|_{x=0} = F(0, y)$ ,  $u(x, y) = O(1)$ , полученным методом Фурье).

Представим решение задачи (7), (10), (13) также в виде интегралов Фурье:

$$u_1(x, y) = \int_0^{\infty} p_1(\lambda) e^{\lambda x} \sin \lambda y d\lambda, \quad x < 0, \quad y < 0, \quad (18)$$

$$u_2(x, y) = F(x, y) + \int_0^{\infty} p_2(\lambda) e^{-\lambda x} \sin \lambda y d\lambda, \quad x > 0, \quad y < 0 \quad (19)$$

с неизвестными коэффициентами  $p_i(\lambda)$ . Отсюда функции  $u_i(x, y)$  удовлетворяют уравнению Лапласа (7) в соответствующем квадранте  $D_i$  и граничным условиям (10) (при условии сходимости и дифференцируемости интегралов (18), (19)). Подставляя функции  $u_i(x, y)$  (18), (19) (где  $F(x, y)$  имеет вид (17)) в условия сопряжения (13) и приравнявая коэффициенты слева и справа при функции  $\sin \lambda y$ , для функций  $p_i(\lambda)$  получим однозначно разрешимую систему алгебраических уравнений вида

$$-(\lambda + b_1)p_1 + (\lambda + b_2)p_2 = (\lambda - b_2)f_1, \quad p_1 + p_2 = -f_1.$$

Отсюда находим

$$p_1(\lambda) = \left( \frac{\gamma}{\lambda + \gamma} - 1 \right) f_1(\lambda), \quad p_2(\lambda) = -\frac{\gamma}{\lambda + \gamma} f_1(\lambda), \quad (20)$$

где постоянная

$$\gamma = \frac{b_1 + b_2}{2} > 0. \quad (21)$$

Выразим полученное решение  $u_i(x, y)$  (18)–(20) задачи (7), (10), (13) непосредственно через функцию  $F(x, y)$  (14), (15). Заменяя в выражении (17) переменную  $x$  на  $x - t$ , умножая полученное равенство на  $e^{-\gamma t}$  и интегрируя по  $t \in (0, \infty)$ , получим формулу

$$\int_0^\infty e^{-\gamma t} F(x - t, y) dt = \int_0^\infty \frac{f_1(\lambda) e^{\lambda x} \sin \lambda y}{\lambda + \gamma} d\lambda, \quad x < 0, y < 0,$$

где функция  $f_1(\lambda)$  имеет вид (16). Отсюда с учётом (17) функции  $u_i(x, y)$  (18)–(20) приведём к виду без разложений Фурье:

$$u_1(x, y) = -F(x, y) + \gamma \int_0^\infty e^{-\gamma t} F(x - t, y) dt, \quad x < 0; \quad (22)$$

$$u_2(x, y) = F(x, y) - \gamma \int_0^\infty e^{-\gamma t} F(-x - t, y) dt, \quad x > 0, \quad (23)$$

где  $\gamma$  имеет вид (21). Можно непосредственно проверить, что функции (22), (23) являются решением задачи (7), (10), (13). Подставляя функции  $u_i(x, y)$  (22), (23) в формулы (5), (6) и вычисляя соответствующие интегралы по частям, получим решение исходной задачи (1)–(3) в виде

$$\begin{aligned} \varphi_1(x, y) &= (1 - b_1 x) \partial_x F(x, y) + \\ &+ \left( \gamma b_1 x + \frac{b_1 - b_2}{2} \right) \left[ F(x, y) - \gamma \int_0^\infty e^{-\gamma t} F(x - t, y) dt \right], \quad x < 0, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(x, y) &= (b_2 x + 1) [\partial_x F(x, y) + \gamma F(-x, y)] - b_2 F(x, y) - \\ &- \gamma \left( \gamma b_2 x + \frac{b_1 - b_2}{2} \right) \int_0^\infty e^{-\gamma t} F(-x - t, y) dt, \quad x > 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Таким образом, решение исходной задачи (1)–(3) выражается через решение  $F(x, y)$  задачи Дирихле (14), (15) по формулам (24), (25).

В качестве примера рассмотрим задачу (1)–(3) с кусочно-постоянной граничной функцией вида

$$h(x) = \begin{cases} q, & x \in (\alpha, \beta), \\ 0, & x \notin (\alpha, \beta), \end{cases}$$

где  $\alpha > 0$ ,  $q$  – постоянные. В данном случае граничная функция (11) имеет вид

$$H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ c(b_2x + 1), & 0 < x < \alpha, \\ (x - \beta)q/(b_2\beta + 1), & \alpha < x < \beta, \\ 0, & x > \beta, \end{cases}$$

где

$$c = -\frac{q(\beta - \alpha)}{(b_2\beta + 1)(b_2\alpha + 1)}. \quad (26)$$

При этом функция  $H(x)$  ограничена при  $x \in R$  для постоянной  $c$  (11) вида (26). Решение (15) соответствующей задачи Дирихле (14) строится в конечном виде

$$F(x, y) = \frac{q}{\pi} \left( \frac{U(x - \alpha, y)}{b_2\alpha + 1} - \frac{U(x - \beta, y)}{b_2\beta + 1} - \frac{(\beta - \alpha)[b_2U(x, y) - \operatorname{arctg} x/y]}{(b_2\alpha + 1)(b_2\beta + 1)} \right), \quad (27)$$

где гармоническая функция  $U(x, y)$  равна

$$U(x, y) = \frac{y}{2} \ln(x^2 + y^2) - x \operatorname{arctg} \frac{x}{y}.$$

Отметим, что функция  $F(x, y)$  (27) ограничена в бесконечности, т. к. суммарная степень  $r^2 = x^2 + y^2$  под знаками логарифмов в (27) при  $r \rightarrow \infty$  равна нулю. В данном случае решение исходной задачи (1)-(3) строится в однократных квадратурах по формулам (24)–(27).

#### Список литературы

1. Берс Л. Математические вопросы дозвуковой и околосзвуковой газовой динамики. М.: ИЛ, 1961. 208 с.
2. Домбровский Г. А. О некоторых системах уравнений с частными производными первого порядка и соответствующих обобщённых уравнениях Эйлера – Пуассона – Дарбу // Дифференциальные уравнения. 1978. Т. 14, № 1. С. 121–124.
3. Панько С. В. О представлении решения обобщённого уравнения Эйлера – Пуассона – Дарбу // Дифференциальные уравнения. 1992. Т. 28, № 2. С. 278–281.
4. Положий Г. И. Теория и применение  $r$ -аналитических и  $(p, q)$ -аналитических функций. Киев: Наукова думка, 1973. 424 с.
5. Хоан Динь Э. Некоторые интегральные представления  $y^k$ -аналитических функций и их применение в теории фильтрации в неоднородной среде // Дифференциальные уравнения. 1982. Т. 18, № 3. С. 505–514.
6. Черняев А. П. Построение основных решений обобщённой системы Коши – Римана первого порядка с коэффициентом, зависящим от одной переменной по гипертангенсальному закону // Дифференциальные уравнения. 1981. Т. 17, № 11. С. 2071–2083.

7. Холодовский С. Е. Задачи математической физики в областях с плёночными включениями и плёночными границами: монография. Чита: ЗабГУ, 2017. 235 с.

8. Холодовский С. Е. Метод свертывания разложений Фурье. Случай трещины (завесы) в неоднородном пространстве // Дифференциальные уравнения. 2009. Т. 45, № 8. С. 1204–1208.

*Статья поступила в редакцию 23.03.2020; принята к публикации 30.04.2020*

#### **Библиографическое описание статьи**

*Холодовский С. Е.* О решении задачи Дирихле в полуплоскости для дивергентных уравнений с кусочно-гладкими коэффициентами // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 15, № 3. С. 38–45. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-38-45.

*Svyatoslav Ye. Kholodovskii,*  
*Doctor of Physics and Mathematics, Professor,*  
*Transbaikal State University*  
*(30 Aleksandro-Zavodskaya st., Chita, 672039, Russia),*  
*e-mail: hol47@yandex.ru*  
*ORCID: 0000-0002-3983-1384*

### **On the Solution of the Dirichlet Problem in the Half-Plane for Divergent Equations with Piecewise Smooth Coefficients**

The first boundary-value problem in a half-plane  $y < 0$  consisting of two quadrants  $D_1(x < 0)$  and  $D_2(x > 0)$ , in which the divergence equation has coefficients of the form respectively,  $k_1(x) = a(b_1x - 1)^{-2}$  and  $k_2(x) = a(b_2x + 1)^{-2}$ , is considered. On the line  $x = 0$  there are conjugation conditions. This problem simulates the established processes of heat and mass transfer in inhomogeneous media with a continuous permeability function that has a maximum on the line  $x = 0$ . By the method of convolution of Fourier expansions, the solution of the problem is expressed through the solution of the classical Dirichlet problem in the half-plane for the Laplace equation.

**Keywords:** boundary value problems, divergence equation, inhomogeneous permeable media, generalized conjugation conditions, method of convolution of Fourier expansions

*Translit*

1. Bers, L. Matematicheskie voprosy dozvukovoj i okolozvukovoj gazovoj dinamiki. M.: IL, 1961. 208 c.
2. Dombrovskij, G. A. O nekotoryh sistemah uravnenij s chastnymi proizvodnymi pervogo poryadka i sootvetstvuyushchih obobshchennyh uravneniyah Ejlera-Puassona-Darbu // Differencial'nye uravneniya. 1978. T. 14/ № 1. S. 121–124.
3. Pan'ko, S. V. O predstavlenii resheniya obobshchennogo uravneniya Ejlera-Puassona-Darbu // Differencial'nye uravneniya. 1992. T. 28. № 2. S. 278–281.
4. Polozhij, G. I. Teoriya i primenenie p-analiticheskikh i (p,q)-analiticheskikh funkcij. Kiev: Naukova dumka, 1973. 424 c.
5. Hoan Din', E. Nekotorye integral'nye predstavleniya  $y^k$ -analiticheskikh funkcij i ih primenenie v teorii fil'tracii v neodnorodnoj srede // Differencial'nye uravneniya. 1982. T. 18. № 3. S. 505–514.
6. Chernyaev, A. P. Postroenie osnovnyh reshenij obobshchennoj sistemy Koshi-Rimana pervogo poryadka s koefficientom, zavisyashchim ot odnoj peremennoj po gipertangensal'nomu zakonu // Differencial'nye uravneniya. 1981. T. 17. № 11. S. 2071–2083.
7. Holodovskij, S. E. Zadachi matematicheskoy fiziki v oblastyah s plenochnymi vklyuchenyami i plenochnymi granicami. Monografiya. Izd-vo ZabGU. CHita 2017. 235 s.
8. Holodovskij, S. E. Metod svertyvaniya razlozhenij Fur'e. Sluchaj treshchiny (zavesy) v neodnorodnom prostranstve // Differencial'nye uravneniya. 2009. T. 45. № 8. S. 1204–1208.

*Received: March 23, 2020; accepted for publication April 30, 2020*

**Reference to article**

*Kholodovskii S. Ye.* On the Solution of the Dirichlet Problem in the Half-Plane for Divergent Equations with Piecewise Smooth Coefficients // Scholarly Notes of Transbaikal State University. 2020. Vol. 15, No 3. PP. 38–45. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-38-45.

УДК 517.956

DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-46-51

*Святослав Евгеньевич Холодовский*<sup>1</sup>,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
Забайкальский государственный университет  
(672039, Россия, г. Чита, ул. Александрo-Заводская, 30),  
e-mail: hol47@yandex.ru  
ORCID: 0000-0002-3983-1384

*Ирина Анатольевна Ефимова*<sup>2</sup>,  
кандидат физико-математических наук, доцент,  
Забайкальский институт предпринимательства  
(672086, Россия, г. Чита, ул. Ленинградская, 16),  
e-mail: yefimova79@yandex.ru  
ORCID: 0000-0001-7661-0233

### Задача Дирихле в полосе для дивергентных уравнений с монотонными разрывными коэффициентами. Случаи решений в конечном виде

Рассмотрена первая краевая задача в полосе  $-l < x < l$ ,  $y \in R$ , состоящей из двух неоднородных зон  $D_1(-l < x < 0)$  и  $D_2(0 < x < l)$ , в которых дивергентное уравнение имеет коэффициенты соответственно вида  $K_1(x) = k_1(b_1x + 1)^2$  и  $K_2(x) = k_2(b_2x + 1)^2$ , где постоянные  $k_i$ ,  $b_i$  удовлетворяют условию  $k_1b_1 = k_2b_2$ . Решение задачи выражено в конечном виде через решение классической задачи Дирихле в полосе для уравнения Лапласа.

**Ключевые слова:** краевые задачи в полосе, дивергентное уравнение, кусочно-непрерывные функции проницаемости, условия сопряжения

Задачи математической физики для дивергентных уравнений с функциональными коэффициентами имеют большой практический интерес, т. к. описывают различные процессы тепломассопереноса в реальных средах, которые, как правило, являются неоднородными. Известны решения некоторых задач с непрерывными коэффициентами дивергентных уравнений [1–3, с. 193, 271]. В данной статье рассмотрены задачи для дивергентных уравнений с кусочно-непрерывными коэффициентами, составленными из квадратичных функций.

Рассмотрим в полосе  $D(-l < x < l, y \in R)$ , состоящей из двух полос  $D_1(-l < x < 0)$  и  $D_2(0 < x < l)$  относительно функций  $\varphi_i(x, y)$  в  $D_i$  первую краевую задачу для дивергентных уравнений

$$\partial_x[K_i(x)\partial_x\varphi_i(x, y)] + K_i(x)\partial_{yy}\varphi_i(x, y) = 0, \quad (x, y) \in D_i, \quad (1)$$

<sup>1</sup>С. Е. Холодовский систематизировал материал.

<sup>2</sup>И. А. Ефимова систематизировала материал, провела численные расчёты.

$$\varphi_{1|x=-l} = 0, \quad \varphi_{2|x=l} = h(y), \quad (2)$$

$$x = 0 : \quad \varphi_1 = \varphi_2, \quad k_1 \partial_x \varphi_1 = k_2 \partial_x \varphi_2; \quad (3)$$

где

$$K_1(x) = k_1(b_1x + 1)^2, \quad K_2(x) = k_2(b_2x + 1)^2, \quad (4)$$

$k_i, b_i$  – положительные постоянные, удовлетворяющие условиям

$$k_1 b_1 = k_2 b_2, \quad b_1 < \frac{1}{l}, \quad (5)$$

$h(x)$  – заданная ограниченная при  $0 < x < \infty$  функция,  $\partial_x = \partial/\partial x$ , функции  $\varphi_i(x, y)$  ограничены в  $D_i$ .

Задача (1)–(3) описывает установившиеся процессы теплопереноса (теплопроводности, фильтрации жидкости, диффузии и др.) в кусочно-неоднородных средах с функциями проницаемости  $K_i(x)$  в соответствующей полосе  $D_i$  при заданном потенциале на внешней границе полосы  $D$ . В задаче (1)–(3) граничное условие однородно при  $x = -l$ , что не умаляет общности, т. к. при однородном граничном условии при  $x = l$  (и неоднородном при  $x = -l$ ) задача решается аналогично, а в общем случае решение задачи имеет вид суммы решений указанных задач.

Проницаемость в зонах  $D_i$  меняется по переменной  $x$  и не меняется по переменной  $y$ . Во всей полосе  $D$  функция проницаемости при  $k_1 \neq k_2$  на линии  $x = 0$  имеет разрыв (скачок) и возрастает по аргументу  $x$  в обеих зонах  $D_i$ . Отметим, что за счёт неравенства (5) точки, в которых функции проницаемости (4) равны нулю, лежат вне соответствующей зоны  $D_i$ . На линии  $x = 0$  проницаемости слева и справа соответственно равны  $k_1$  и  $k_2$ , при этом постоянные  $k_i > 0$  можно задавать произвольно, тогда одна из постоянных  $b_i$  определяется из равенства (5).

Условия сопряжения (3) выражают непрерывность потенциала и нормальной скорости на линии разрыва проницаемости.

В задаче (1)–(3) перейдём к новым неизвестным функциям  $u_i(x, y)$  в зонах  $D_i$  по формулам [3, с. 220]

$$\varphi_1(x, y) = \frac{u_1(x, y)}{b_1x + 1}, \quad \varphi_2(x, y) = \frac{u_2(x, y)}{b_2x + 1}. \quad (6)$$

Отсюда уравнения (1) для функций  $u_i(x, y)$  примут вид уравнения Лапласа:

$$\Delta u_i(x, y) = 0, \quad (x, y) \in D_i, \quad (7)$$

где  $\Delta u = \partial_{xx}u + \partial_{yy}u$ . Граничные условия (2) примут вид

$$u_{1|x=-l} = 0, \quad u_{2|x=l} = H(y), \quad (8)$$

где

$$H(y) = \frac{h(y)}{b_2l + 1}. \quad (9)$$

Условия сопряжения (3) для функций  $u_i(x, y)$  (6) с учётом равенства (5) примут вид условий сопряжения для однородных сред:

$$x = 0 : \quad u_1 = u_2, \quad k_1 \partial_x u_1 = k_2 \partial_x u_2. \quad (10)$$

Отсюда для функций  $u_i(x, y)$  задача имеет вид (7), (8), (10).

Наряду с задачей (7), (8), (10) рассмотрим классическую задачу Дирихле для уравнения Лапласа относительно функции  $F(x, y)$  в однородной полосе  $-l < x < l$ ,  $y \in R$ :

$$\Delta F = 0, \quad F|_{x=-l} = 0, \quad F|_{x=l} = H(y). \quad (11)$$

Решение задачи (11) строится посредством конформного отображения  $\zeta = e^{-ic(z-l)}$  полосы  $D(-l < x < l)$  плоскости  $z = x + iy$  на полуплоскость  $\eta > 0$  плоскости  $\zeta = \xi + i\eta$  и решения полученной задачи Дирихле на полуплоскости  $\eta > 0$  по формуле Пуассона. Отсюда функцию  $F(x, y)$  (11) найдём в виде

$$F(x, y) = -\frac{\sin c(x-l)}{2l} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H(t) dt}{\operatorname{ch} c(y-t) + \cos c(x-l)}, \quad c = \frac{\pi}{2l}. \quad (12)$$

Для широкого класса граничных функций  $H(y)$  (9) (например, для кусочно-непрерывных функций  $H(y)$ , составленных из многочленов от  $e^{cy}$ ) функция  $F(x, y)$  (12) строится в конечном виде в элементарных функциях. Поэтому  $F(x, y)$  будем считать известной функцией. Тогда решение задачи (7), (8), (10) выражается через функцию  $F(x, y)$  в конечном виде:

$$u_1(x, y) = \frac{2k_2}{k_1 + k_2} F(x, y), \quad -l < x < 0; \quad (13)$$

$$u_2(x, y) = F(x, y) + \frac{k_2 - k_1}{k_1 + k_2} F(-x, y), \quad 0 < x < l. \quad (14)$$

Формулы (13), (14) следуют из формул для потенциалов в кусочно-однородных средах, разделенных пленкой  $x = 0$ , в частном случае при отсутствии пленки [4] (т. е. при идеальном контакте двух сред). Отсюда решение исходной задачи (1)–(3) в кусочно-неоднородной полосе  $D$  строится по формулам (6), (12)–(14):

$$\varphi_1(x, y) = \frac{2k_2}{(k_1 + k_2)(b_1 x + 1)} F(x, y), \quad -l < x < 0, \quad (15)$$

$$\varphi_2(x, y) = \frac{1}{b_2 x + 1} \left[ F(x, y) + \frac{k_2 - k_1}{k_1 + k_2} F(-x, y) \right], \quad 0 < x < l, \quad (16)$$

где функция  $F(x, y)$  имеет вид (12).

Рассмотрим предельный случай, когда  $b_1 = 1/l$ . Отсюда функция проницаемости  $K_1(x)$  (4) примет вид

$$K_1(x) = \frac{k_1}{l^2} (x + l)^2.$$



В данном случае проницаемость в зоне  $D_1(-l < x < 0)$  возрастает от нуля при  $x = -l$  до  $k_1$  при  $x = 0$ . Для потенциала  $\varphi_1(x, y)$  на линии нулевой проницаемости  $x = -l$  должно выполняться условие непротекания, т. е. линия  $x = -l$  является непроницаемой стенкой, на которой нормальная скорость должна равняться нулю. Отсюда при  $x \rightarrow -l$  должно выполняться условие  $K_1 \partial_x \varphi_1 \rightarrow 0$ . Тогда для функции  $u_1(x, y)$  (6) с учётом

$$\varphi_1 = \frac{lu_1}{x+l}, \quad K_1 \partial_x \varphi_1 = \frac{k_1}{l} [(x+l) \partial_x u_1 - u_1]$$

получим прежнее граничное условие (8):  $u_1|_{x=-l} = 0$ , т. е. в данном случае для функций  $u_i(x, y)$  задача имеет вид (7), (8), (10), решение которой строится по формулам (13), (14). При этом решение исходной задачи (1)–(3) выражается равенствами (15), (16).

В качестве примера рассмотрим задачу (1)–(3) для кусочно-постоянной граничной функции:

$$h(y) = \begin{cases} p, & y \in (\alpha, \beta), \\ 0, & y \notin (\alpha, \beta), \end{cases} \quad (17)$$

где  $p$  – произвольная постоянная. Отметим, что суммой кусочно-постоянных функций типа (17) можно аппроксимировать с любой заданной точностью произвольную кусочно-непрерывную граничную функцию  $h(y)$ . Отсюда функция  $H(y)$  (9) примет вид

$$H(y) = \begin{cases} p/(b_2 l + 1), & y \in (\alpha, \beta), \\ 0, & y \notin (\alpha, \beta). \end{cases}$$

Вычисляя интеграл (12), найдём функцию  $F(x, y)$  в конечном виде

$$F(x, y) = \frac{2p}{(b_2 l + 1)\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{e^{c(\alpha-y)} - \cos c(x-l)}{\sin c(x-l)} - \operatorname{arctg} \frac{e^{c(\beta-y)} - \cos c(x-l)}{\sin c(x-l)} \right], \quad (18)$$

где  $c = \pi/(2l)$ . Отсюда решение исходной задачи (1)–(3) в кусочно-неоднородной полосе строится в конечном виде в элементарных функциях по формулам (15), (16), где функция  $F(x, y)$  имеет вид (18).

### Список литературы

1. Домбровский Г. А. О некоторых системах уравнений с частными производными первого порядка и соответствующих обобщенных уравнениях Эйлера – Пуассона – Дарбу // Дифференциальные уравнения. 1978. Т. 14, № 1. С. 121–124.
2. Черняев А. П. Построение основных решений обобщенной системы Коши-Римана первого порядка с коэффициентом, зависящим от одной переменной по гипертангенсальному закону // Дифференциальные уравнения. 1981. Т. 17, № 11. С. 2071–2083.
3. Положий Г. И. Обобщение теории аналитических функций комплексного переменного. Киев: Изд-во Киевского ун-та, 1965. 442 с.

4. Холодовский С. Е. Метод свёртывания разложений Фурье. Случай трещины (завесы) в неоднородном пространстве // Дифференциальные уравнения. 2009. Т. 45, № 8. С. 1204–1208.

*Статья поступила в редакцию 20.03.2020; принята к публикации 18.04.2020*

#### Библиографическое описание статьи

Холодовский С. Е., Ефимова Е. А. Задача Дирихле в полосе для дивергентных уравнений с монотонными разрывными коэффициентами. Случаи решений в конечном виде // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 15, № 3. С. 46–51. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-46-51.

**Svyatoslav Ye. Kholodovskii<sup>1</sup>,**

*Doctor of Physics and Mathematics, Professor,  
Transbaikal State University*

*(30 Aleksandro-Zavodskaya st., Chita, 672039, Russia),*

*e-mail: hol47@yandex.ru*

*ORCID: 0000-0002-3983-1384*

**Irina A. Efimova<sup>2</sup>,**

*Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor,  
Transbaikal Institute of Entrepreneurship*

*(16 Leningradskaya st., Chita, 672086, Russia),*

*e-mail: yefimova79@yandex.ru*

*ORCID: 0000-0001-7661-0233*

### Dirichlet Problem in a Strip for Divergent Equations with Monotone Discontinuous Coefficients. Cases of the Solution to the Problem in the Final Form

The first boundary-value problem is considered in a strip  $-l < x < l$ ,  $y \in R$  consisting of two inhomogeneous zones  $D_1(-l < x < 0)$  and  $D_2(0 < x < l)$  in which the divergence equation has coefficients of the form  $K_1(x) = k_1(b_1x + 1)^2$  and  $K_2(x) = k_2(b_2x + 1)^2$ , respectively, where the constants  $k_i$ ,  $b_i$  satisfy the condition  $k_1b_1 = k_2b_2$ . The solution to the problem is expressed in its final form through the solution of the classical Dirichlet problem in the strip for the Laplace equation.

**Keywords:** boundary value problems in a strip, divergence equation, piecewise-continuous permeability functions, conjugation conditions

---

<sup>1</sup>S. Ye. Kholodovskii systematized material.

<sup>2</sup>I. A. Efimova systematized the material, carried out numerical calculations.

*Translit*

1. Dombrovskij, G. A. O nekotoryh sistemah uravnenij s chastnymi proizvodnymi pervogo poryadka i sootvetstvuyushchih obobshchennyh uravneniyah Ejlera-Puassona-Darbu // *Differencial'nye uravneniya*. 1978. T. 14. № 1. S. 121–124.
2. Chernyaev, A. P. Postroenie osnovnyh reshenij obobshchennoj sistemy Koshi-Rimana pervogo poryadka s koefitsientom, zavisyashchim ot odnoj peremennoj po gipertangensal'nomu zakonu // *Differencial'nye uravneniya*. 1981. T. 17. № 11. S. 2071–2083.
3. Polozhij, G. I. Obobshchenie teorii analiticheskikh funktsij kompleksnogo peremennogo. Kiev: Izd-vo Kievskogo un-ta, 1965. 442 s.
4. Holodovskij, S. E. Metod svertyvaniya razlozhenij Fur'e. Sluchaj treshchiny (zavesy) v neodnorodnom prostranstve // *Differencial'nye uravneniya*. 2009. T. 45. № 8. S. 1204–1208.

*Received: March 20, 2020; accepted for publication April 18, 2020*

**Reference to article**

*Kholodovskii S. Ye., Efimova I. A.* On the Solution of the Dirichlet Problem in the Half-Plane for Divergent Equations with Piecewise Smooth Coefficients. Cases of the Solution to the Problem in the Final Form // *Scholarly Notes of Transbaikal State University*. 2020. Vol. 15, No 3. PP. 46–51. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-46-51.

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ. ЭКСПЕРИМЕНТ

## MATHEMATICAL MODELS. EXPERIMENT

УДК 551.501

DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-52-74

**Виталий Иосифович Акселевич<sup>1</sup>**,

кандидат физико-математических наук, доцент,  
Главная геофизическая обсерватория им. А. И. Воейкова  
(194021, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Карбышева, 7),  
e-mail: vaksster@gmail.com

ORCID: 0000-0002-5041-3511

**Геннадий Иванович Мазуров<sup>2</sup>**,

доктор географических наук, профессор,  
Главная геофизическая обсерватория им. А. И. Воейкова  
(194021, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Карбышева, 7),  
e-mail: nanmaz@rambler.ru

ORCID: 0000-0002-8669-612X

**Иван Алексеевич Тарабукин<sup>3</sup>**,

кандидат физико-математических наук,  
Главная геофизическая обсерватория им. А. И. Воейкова  
(194021, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Карбышева, 7),  
e-mail: tarabukin@mail.ru

ORCID: 0000-0002-5413-5758

**Камиль Шейхович Хайруллин<sup>4</sup>**,

кандидат географических наук,  
Главная геофизическая обсерватория им. А. И. Воейкова  
(194021, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Карбышева, 7),  
e-mail: khairullink@mail.ru

### Климатические масштабы и репрезентативность аэрологических наблюдений применительно к мезоклиматическим прогностическим моделям

В статье рассматриваются масштабы климата и метеорологические процессы, которые их формируют. Поднимается проблема правомерности отождествления информации, получаемой четырьмя способами: по методам Эйлера, Лагранжа, летательными аппаратами,

<sup>1</sup> В. И. Акселевич занимался подготовкой и редактированием текста, подбором и оформлением ссылок и графических материалов, освещением современного состояния вопроса (1-й раздел), участвовал в формировании заключения.

<sup>2</sup> Г. И. Мазуров предложил концепцию рис. 1, описывал численное моделирование влияния скорости ветра на полеты летательных аппаратов на крейсерском режиме (2-й раздел), участвовал в написании введения и заключения.

<sup>3</sup> И. А. Тарабукин предоставил материалы радиолокационных наблюдений за изменением скорости ветра (3-й раздел).

<sup>4</sup> К. Ш. Хайруллин подал идею написания статьи, участвовал в написании введения, заключения, подготовке раздела, посвящённого масштабам климата, включая табл. 1 «Масштабная классификация климатов», описании аэрологических особенностей Дальнего Востока.

а также доплеровскими радиолокаторами. Подробно рассматриваются радиозондовые наблюдения.

**Ключевые слова:** масштабы климата, репрезентативность, метод Эйлера, метод Лагранжа, ветер тропосферы, струйные течения, доплеровский радиолокатор

**Введение.** Важное значение в метеорологии отводится плотности сети метеорологических станций в зависимости от запросов практики: прогноз погоды, специализированное обслуживание сельского хозяйства, транспорта и авиации, строительства и т. п. Редкая сеть не даёт возможности получить удовлетворительные ответы на эти запросы. Густая сеть вызывает непроизводительные затраты материальных ресурсов и увеличение персонала наблюдателей [8].

В работе показано, что существует косвенный способ вычисления ошибки интерполяции расстояния между метеорологическими станциями. Введена в методику так называемая ошибка экстраполяции, как функция расстояния между ними. Несколько ранее эта функция была введена в работах А. Н. Колмогорова и А. М. Обухова [14; 15].

Внесение метода оптимальной интерполяции вместо линейной обеспечивает точность расчёта, которая превосходит точность наблюдений. Сотрудники ГГО также занимались планированием сети климатологических станций [5; 6]. Докладчики комиссии по климатологии, рассматривая густоту сети с точки зрения практики, разделяли различные виды наблюдений: температуру воздуха, осадки, явления погоды и т. д. Были рекомендованы расстояния между реперными станциями 300–400 км. По классификации ВМО расстояние между станциями 2-го класса составляет 50–60 км, между станциями 3-го класса (постами), где наблюдения проводятся над температурой воздуха, осадками и атмосферными явлениями, рекомендовано расстояние около 30 км. В различных физико-географических условиях эти расстояния могут меняться. В докладе подробно рассмотрена репрезентативность расстояний между аэрологическими станциями: они совпадают с расстояниями между реперными метеорологическими станциями и составляют около 300 км.

В таблице приводится масштабная классификация климатов в зависимости от размера метеорологических процессов. Современное оборудование (радиолокаторы: профилеры, спутники, дроны) позволяет получать необходимую метеоинформацию помимо стандартных метеорологических станций. Если горизонтальные составляющие репрезентативности метеостанций достаточно разработаны, то вопросы вертикальной репрезентативности наблюдений и особенно репрезентативность временных интервалов самих наблюдений являются малоизученными или вовсе не рассматривались.

В статье сделана попытка на примере аэрологических наблюдений оценить значимость этих понятий.

Таблица

## Масштабная классификация климатов

Тип климата	Географический ареал	Протяжённость, км		Метеорологическая характеристика (пример)	Период стабильного существования метеорологического процесса
		горизонтальная	вертикальная		
Глобальный	Земля	$40 \cdot 10^3$	$10^3$	Планетарный вихрь. Фронт тропической конвергенции	Десятилетия
Континентов и океанов	Континент, океан	$4 \cdot 10^3 \dots 10 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10 \dots 10^2$	Континентальная и морская воздушная масса. Длинные устойчивые волны	Годы
Макроклимат	Ландшафтная страна	$10^3 \dots 4 \cdot 10^3$	$10 \dots 5 \cdot 10$	Центры действия атмосферы. Фронты (арктический, умеренных широт, полярный)	Сезон
Провинции	Провинция	$10^1 \cdot 10^3 \dots 10^3$	$1 \dots 10$	Циклоны. Антициклоны. Фронты (холодные, тёплые). Короткие устойчивые волны	Сутки
Мезоклимат	Район, урочище	$10^2 \cdot 10^3 \dots 10^1 \cdot 10^3$	$0,2 \dots 1$	Бриз. Фен. Городской остров тепла. Короткие устойчивые волны	Сутки, часы
Топоклимат	Часть района	$10^3 \cdot 10^3 \dots 10^2 \cdot 10^3$	$10^2 \dots 0,2$	Слой обращения	Часы
Микроклимат	Фация	$10^5 \cdot 10^3 \dots 10^3 \cdot 10^3$	$10^4 \dots 10^2$	Озёра холода. Радиационный режим склонов. Ветер в застройке	Часы, минуты
Наноклимат	Медальон, нанорельеф	$10^7 \cdot 10^3 \dots 10^5 \cdot 10^3$	$10^6 \dots 10^4$	Уровень шероховатости	Минуты, секунды
Пикоклимат	Тип почвы	$10^9 \cdot 10^3 \dots 10^7 \cdot 10^3$	Поверхность почвы	Теплопроводность почвы	Часы, минуты

*Современное состояние вопроса.* Регулярные инструментальные гидрометеорологические измерения во всём мире и, в частности, на территории Российской Федерации, производятся с 1891 г. [3]. До этого они были эпизодическими и выполнялись некачественными приборами, которые не подвергались поверке. Кроме того, количество гидрометеорологических станций было очень небольшим, и оно постепенно увеличивалось. Место расположения таких станций выбиралось таким, чтобы показания приборов на станции были репрезентативными для окружающего пространства.

С точки зрения метрологии, истинные значения измеряемых параметров отличаются от действительных значений, найденных (измеренных) экспериментальным путём [9]. К сожалению, первые являются более точными и отличаются от измеренных. В гидрометеорологии существуют много подходов к измерению величин и различных приборов для этого. В итоге мы часто сравниваем несравнимые по точности измеренные результаты. В статье предпринята попытка показать допустимость или недопустимость отождествления информации, получаемой по методам Эйлера и Лагранжа, с помощью ЛА и радиолокаторов, а также определить предпочтения их использования при учёте влияния ветра в полёте ЛА на крейсерском режиме.

За последние почти 130 лет, когда проводятся регулярные гидрометеорологические наблюдения, окружающая среда значительно изменилась, в том числе и за счёт антропогенного фактора, а приборы для измерения состояния этой среды усовершенствовались. Так, большие города выросли в высоту и расширились по площади. В итоге они существенно изменили ветровой режим особенно в локальном масштабе и термический режим за счёт попадания метеостанций в остров тепла больших городов [1; 4]. В результате при расчёте средних многолетних характеристик допускается не менее двух систематических ошибок:

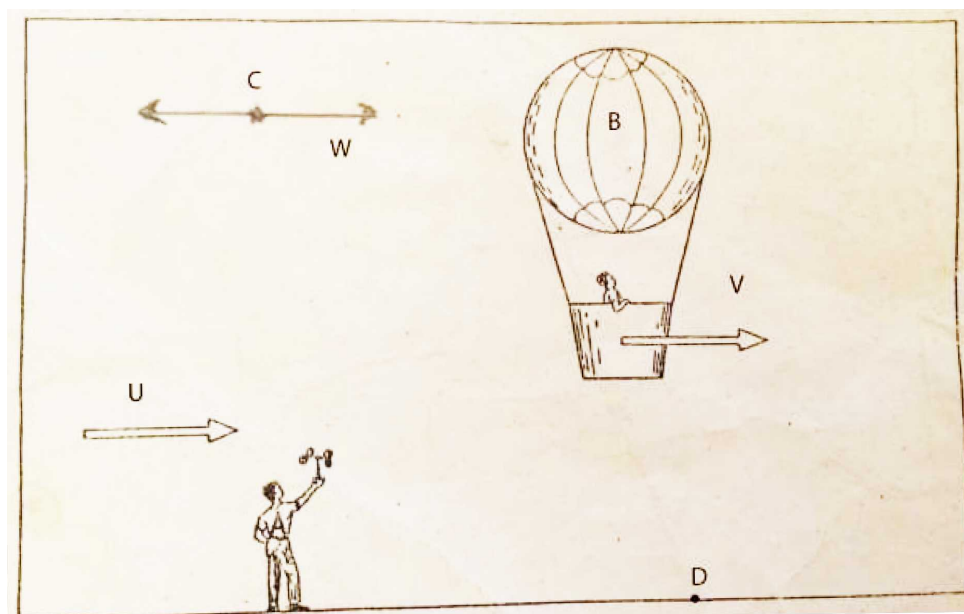
- 1) осреднение метеорологических величин производится без учёта возрастающего количества станций;
- 2) нарушается репрезентативность показаний метеорологических приборов, поскольку изменился аэродинамический режим обтекания из-за высотного строительства, и метеорологические станции врастают в города с их островом тепла.

В результате измеряется изменённое состояние термического и ветрового режима, в том числе и за счёт антропогенного фактора. Поэтому трудно отделить локальные изменения климата от глобальных.

Для описания полей различных движущихся жидкостей обычно применяется два подхода: метод Эйлера и метод Лагранжа (рис. 1). В первом случае в качестве переменной рассматривается изменение поля скоростей воздушного потока, его температуры и других метеорологических величин в конкретной точке  $(x, y, z)$  пространства в определённый момент времени  $(t)$ . При этом определяются мгновенные значения величин в конкретной точке и осреднённые за различный промежуток времени (от 2 до 10 мин) в этой точке.

Эта информация на синоптической карте считается репрезентативной для площади радиусом 150–300 км на густо освещённой территории (например, Европы), а

для слабо освещённых территорий и океанов еще для больших площадей [1]. Для численных расчётов репрезентативной считается информация в узлах сетки через 300 км [12; 13]. Экстраполяция производится по времени на несколько часов вперёд.



**Рис. 1.** К понятию способов Эйлера (точка А), Лагранжа (точка В) и измерению параметров ветра с ЛА, имеющего собственную скорость полёта (точка С), а также измерению параметров атмосферы с использованием РЛС (точка D)

**Fig. 1.** To the concept of Euler methods (point A), Lagrange (point B) and measuring wind parameters from an aircraft with its own flight speed (point C), as well as measuring atmospheric parameters using radar (point D)

Во втором случае производится измерение координат точки  $(x_0, y_0, z_0)$  от времени  $(t_0)$ , т. е. координаты движущегося потока и параметры окружающего пространства, над которым он перемещается. В этом случае производятся измерения осреднённых значений характеристик не менее чем за 1 мин в конкретной точке и осреднение по времени (за те же 2–10 мин) и по пространству. Величина последнего зависит от скорости движения потока. Экстраполяция производится по времени и по пространству. Скорость потока будет увеличиваться согласно уравнению Бернулли в суженном сечении и уменьшаться при увеличении сечения. В атмосфере скорости ветра в струйных течениях достаточно часто составляют 300–400 км/ч и могут достигать 700 км/ч [21]. Конечно, последнее значение также трудно подтвердить, как и опровергнуть. При скорости 120 и 360 км/ч осреднение за 10 мин будет производиться соответственно на расстоянии 20 и 60 км, а при скорости 900 км/ч – 150 км. При среднем расстоянии между метеостанциями в 300 км и более такое осреднение на практике допустимо.

Исторически сложилось, что данные, получаемые по методам Эйлера и Лагранжа, отождествляются. Кроме того, сюда же включают информацию, получаемую с ЛА, имеющего собственную скорость полёта, отличную от скорости ветра. Наиболее



ярко это проявляется, когда измерения производятся со скоростных и сверхскоростных ЛА. С них также производятся измерения различных параметров атмосферы и подстилающей поверхности (ПП). Попытаемся разобраться, насколько корректно отождествление информации, получаемой в различных точках пространства А, В, С и D (рис. 1) и насколько правомерно её осреднение по времени и пространству.

Подвижный ЛА (точка С) производит измерения параметров окружающей природной среды. Однако возникает вопрос: к какой точке пространства эту информацию отнести и к какому времени? Понятно, что привязные аэростаты и радиозонды измеряют метеорологические параметры по методу Эйлера, а в свободном полёте аэростат измеряет параметры атмосферы по методу Лагранжа. Радиозонд в свободном полёте усредняет значение параметров по слоям (температура и ветер в слое) и, тем не менее, это значение относится к точке выпуска (метод Эйлера), хотя зонд может улететь от этой точки за 1 ч полёта на 100 и даже 200 км.

Для описания полей температуры и ветра вполне оправдано использование методов Эйлера и Лагранжа. Параметры ветра резко меняются во времени и, тем более, по пространству. В итоге ЛА на маршруте реагирует на осреднённые характеристики, а на этапах взлёта и посадки и на мгновенные порывы ветра, особенно при малых скоростях полета. Кроме того, появились новые типы устройств (радиолокаторы), которые измеряют параметры атмосферы в нескольких точках пространства за короткий период времени (точка D на рис. 1). Возникает проблема сравнения результатов их измерения в точках А, В, С и D (рис. 1) и правомерности их отождествления.

В неподвижном воздухе направление движения самолёта относительно подстилающей поверхности совпадает с направлением его продольной оси, а скорость перемещения равна воздушной. Кроме того, у ЛА вводится понятие путевой скорости. Поскольку самолёты в полёте опираются на чрезвычайно подвижный воздух, имеющий движение, как по горизонтали, так и по вертикали, то они реагируют на эти движения и перемещаются в пространстве под влиянием воздушной скорости ЛА и движений воздуха.

При навигационно-метеорологическом обеспечении полётов ЛА необходимо учитывать влияние ветра, который оказывает на полёт ЛА значительное влияние (рис. 2), изменяя его путевую скорость ветра и его направления  $\delta$ . Другими элементами навигационного треугольника скоростей являются: угол ветра  $\epsilon$  (т. е. угол между направлением северного географического или магнитного меридиана и вектором путевой скорости, угол между векторами воздушной и путевой скоростей  $\varphi$ , курс полёта  $\gamma$ , т. е. угол между направлением северного географического (или магнитного) меридиана и вектором воздушной скорости путевой угол  $\alpha$  (т. е. угол между направлением северного географического (или магнитного) меридиана и вектором путевой скорости).

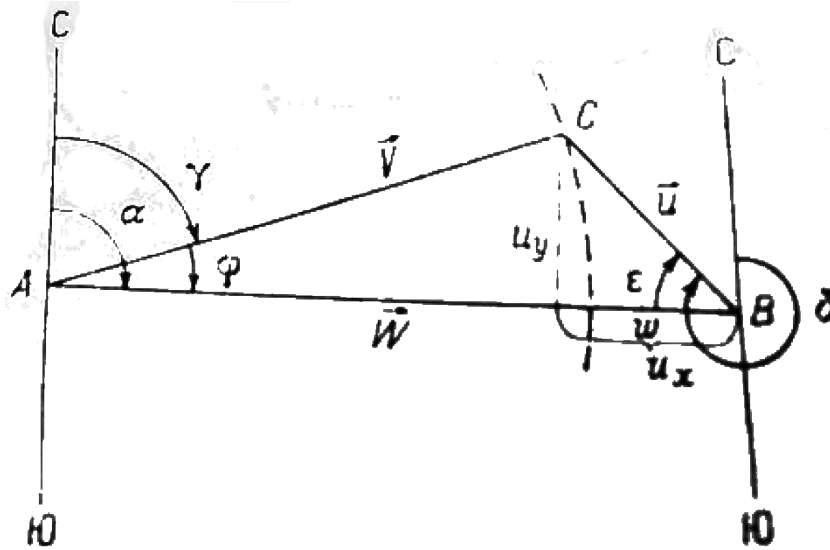


Рис. 2. Навигационный треугольник скоростей и его составляющие

Fig. 2. Navigation speed triangle and its components

Информация о состоянии окружающего воздуха, полученная по измерениям с ЛА, является осредненной по значительному пространству и за небольшой промежуток времени, зависящий от скорости полёта. Масштаб осреднения по пространству и времени зависит от путевой скорости полёта. При малых её значениях показания измеренных величин будут приближаться или совпадать с осредненной информацией, полученной по методу Эйлера, а при больших скоростях полёта значительно отличаться. При этом, чем больше будет крейсерская скорость полёта, тем большим будет расстояние, на котором происходит осреднение. Современные подвижные аппараты (точка  $C$  на рис. 1) сами измеряют параметры окружающей среды и ПП, усредняя их по пространству и по времени [7; 10; 11]. Получить мгновенные значения они не могут, поскольку на скорости полёта в 1 200, 1 500, 1 800 и 2 400 км/ч за 10 мин будут пролетать соответственно расстояние в 200, 250, 300 и 400 км, а ИСЗ на низкой орбите расстояние в 1000 км пролетает за 1–2 мин. К какой точке пространства относить результаты этих измерений? Правда, стационарные спутники постоянно находятся над одной точкой, но измерения проводят с высоты около 40 тыс. км. Необходимое пространственное разрешение для таких ИСЗ должно составлять около 10 км.

Целесообразно информацию в точке  $C$ , полученную с движущегося ЛА независимо от окружающих воздушных потоков [2], считать осреднённой по времени за 1–10 мин, а по пространству за участок маршрута размером, например, 40–400 км, пролетаемый за это время со скоростью 2 400 км/ч, а при меньших скоростях, например, при 1 200 км/ч – от 20 до 200 км (при скорости 800 км/ч это будет примерно 13–133 км). Вопросы учёта влияния ветра на полёты ЛА остаются актуальными, несмотря на большие скорости современных самолётов на крейсерском режиме. Получается, что скорости самолётов и ветра в струйных течениях могут быть соизмеримы.

С точки зрения общей циркуляции атмосферы в районе Благовещенска и Хабаровска наблюдается устойчивый западный перенос. Наибольший интерес для целей авионавигации представляет исследование переходного слоя атмосферы между тропосферой и стратосферой. Этот переходный слой называется тропопаузой. Верхней границей тропосферы условно считают уровень минимальных температур. Выше этого уровня температура с высотой, как правило, растёт. В умеренных широтах высота тропопаузы в летний период составляет 10–12 км, зимой она ниже. Кроме того, высота тропопаузы колеблется при прохождении циклонов и антициклонов за короткий период времени. Так, в течение суток в Благовещенске и Хабаровске разность высот может достигать 2 км. Повсеместно отмечаются струйные течения в верхней тропосфере и нижней стратосфере со скоростями 100 км/ч и более. Над Амурской областью почти ежегодно скорости ветра могут достигать 300 км/ч [17]. Резкие изменения скорости ветра с высотой в течение суток, получаемые с помощью радиозонда, сильно влияют на полёты самолётов, так как трудно спрогнозировать опасные явления, такие как турбулентность и сдвиг ветра.

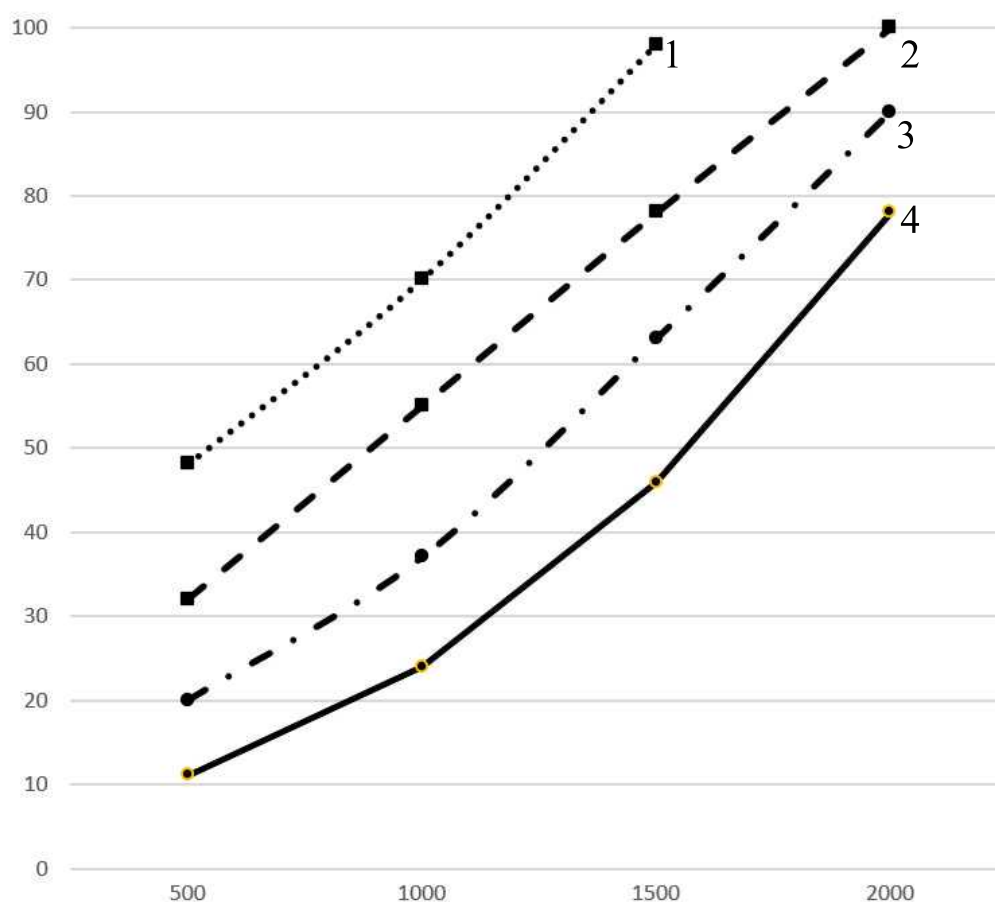
Поэтому при навигационно-метеорологическом обеспечении полётов ЛА необходимо учитывать влияние ветра, особенно в струйных течениях. Исходными формулами для двух серий численных экспериментов послужили следующие:

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\varphi_1 \operatorname{tg}\varphi_2}{\sin(\lambda_2 - \lambda_1)} - \sin\varphi_2 \operatorname{ctg}(\lambda_2 - \lambda_1); \quad (1)$$

$$\cos S = \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2), \quad (2)$$

$\alpha$  – направление ортодромии;  $S$  – длина ортодромии в градусах дуги большого круга;  $\varphi_1, \lambda_1$ , и  $\varphi_2, \lambda_2$  – соответствующие координаты исходного и конечного пунктов трассы (участка трассы). Подробнее вывод рабочих формул для расчёта приводится в статье «О допустимом масштабе...» [16].

**Численное моделирование влияния скорости ветра на полёты летательных аппаратов на крейсерском режиме.** Для выявления влияния скоростей полёта на масштаб осреднения протяжённости участка маршрута, на котором следует вводить поправку на ветер без опасности выхода за пределы воздушного коридора и нарушения безопасности полёта, были выполнены две серии численных экспериментов. В них рассматривались различные скорости полёта от 850 до 2 500 км/ч. Результаты представлены на рис. 3–8.

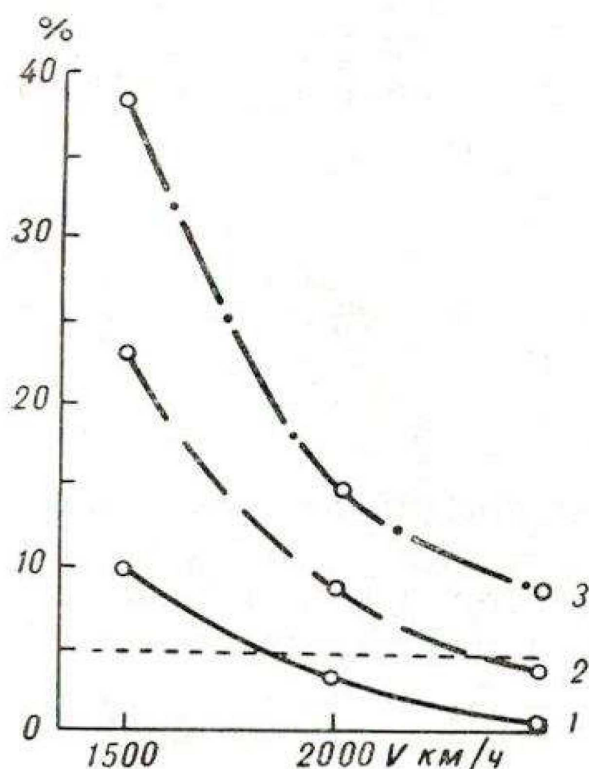


**Рис. 3.** Повторяемость (%) выходов самолёта за пределы воздушного коридора  $\pm 10$  км на участках различной протяжённости при расчётах по локальному значению ветра, измеренному в одной точке (по методу Эйлера) при скоростях полета: 1–850, 2–1 500, 3–2 000, 4–2 500 км/ч

**Fig. 3.** Repeatability (%) of aircraft exits outside the air corridor  $\pm 10$  km in areas of varying lengths when calculating the local wind value, measured at one point (according to the Euler method) at flight speeds: 1–850, 2–1 500, 3–2 000, 4–2 500 km/h

Исходным материалом для двух серий численных экспериментов послужили случайно выбранные аэросиноптические ситуации на картах барической топографии различных уровней, в основном за зимний сезон, когда наблюдаются более сильные ветры.

В первой серии экспериментов промоделировано более 1 800 полетов. При этом использовались локальные данные о параметрах ветра, измеренные в конкретной точке (примерный метод Эйлера, т. к. радиозонд улетал от точки выпуска и определял ветер в слое). Эта информация распространялась на участок протяжённостью от 500 до 2 000 км через 500 км (рис. 3.)



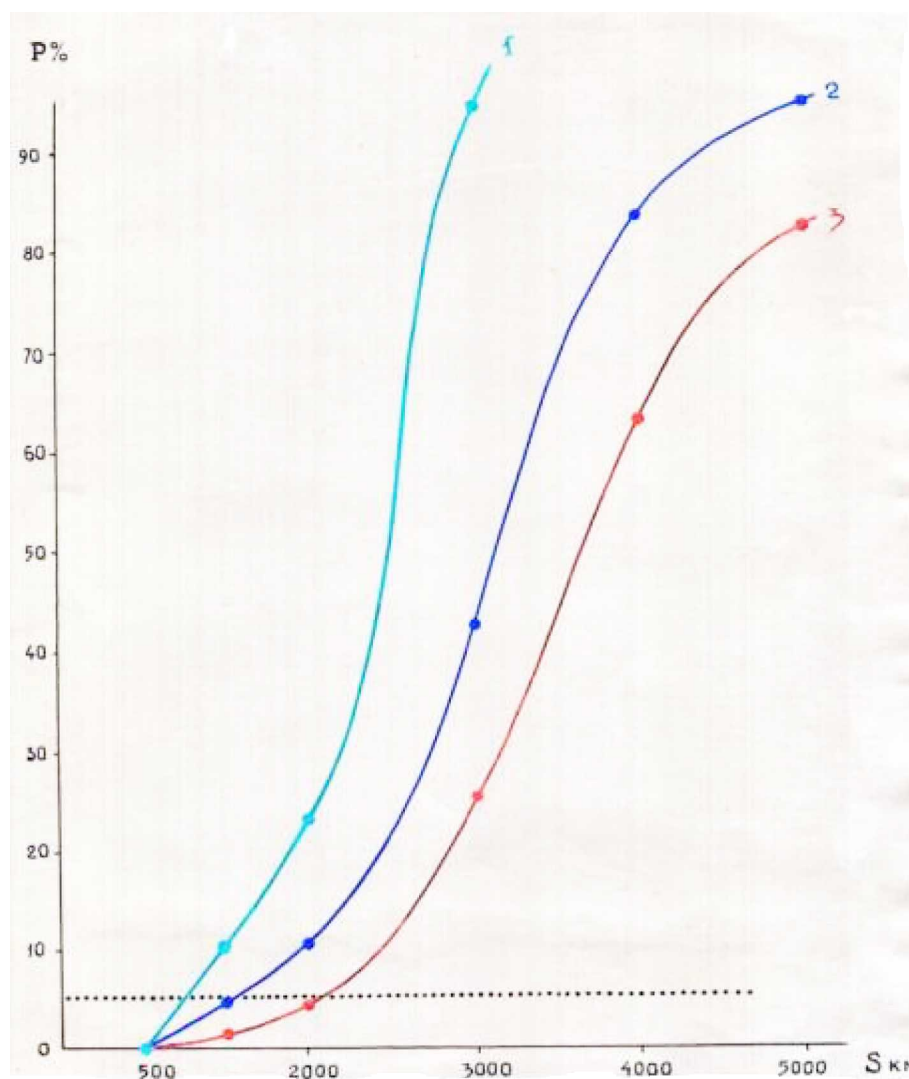
**Рис. 4.** Повторяемость (%) выхода самолёта за пределы воздушного коридора  $\pm 10$  км в зависимости от сверхзвуковой скорости полёта и протяженности участка трассы  $S$ : 1–1 500, 2–2 000 и 3–2500 км (горизонтальный пунктир - - - - - показывает допустимую повторяемость в 5% выхода самолёта за пределы воздушного коридора)

**Fig. 4.** Repeatability (%) of airplane exit outside the air corridor  $\pm 10$  km depending on supersonic speed the flight and length of the  $S$  route section: 1–1 500, 2–2000 and 3–2500 km (the horizontal dotted line - - - - - shows the permissible repeatability of 5 % of the exit of the aircraft beyond the air corridor)

Анализ результатов первой серии экспериментов показал нецелесообразность использования локальных значений параметров ветра, измеренных в одной конкретной точке маршрута (метод Эйлера), на весь маршрут и даже на участок трассы в 500 км. Из графика (рис. 3) видно, что даже на скорости в 2 500 км/ч повторяемость выходов за пределы воздушного коридора на участке в 500 км составляет 10 %, а при меньших скоростях полёта – превышает 20, 30 и 40 %. К сожалению, так часто поступают в настоящее время. Из рис. 3 следует, что даже сверхзвуковые скорости полёта, которые сглаживают влияние ветра на полёт самолета, не обеспечивают надёжность в 5 % невыхода самолёта за пределы воздушного коридора  $\pm 10$  км. Тем более дозвуковые скорости в 850 км/ч способствуют выходу самолёта из указанного коридора. Поэтому пилотам приходится вводить поправку в курс самолёта чаще, чем через 500 км, как только навигационное оборудование показывает их выход за пределы коридора.

Наоборот, анализ результатов второй серии экспериментов доказывает, что параметры ветра, полученные осреднением по участку маршрута, надёжнее учитыва-

ют его влияние на безопасность полётов. Этот эффект усиливается при увеличении скорости полёта, что хорошо согласуется с выводами А. М. Обухова о квазигеострофическом приближении поля ветра и давления [14]. Таким образом, введение осреднённых (интегральных) поправок в курс гарантирует достаточно высокую точность самолётовождения (рис. 4).

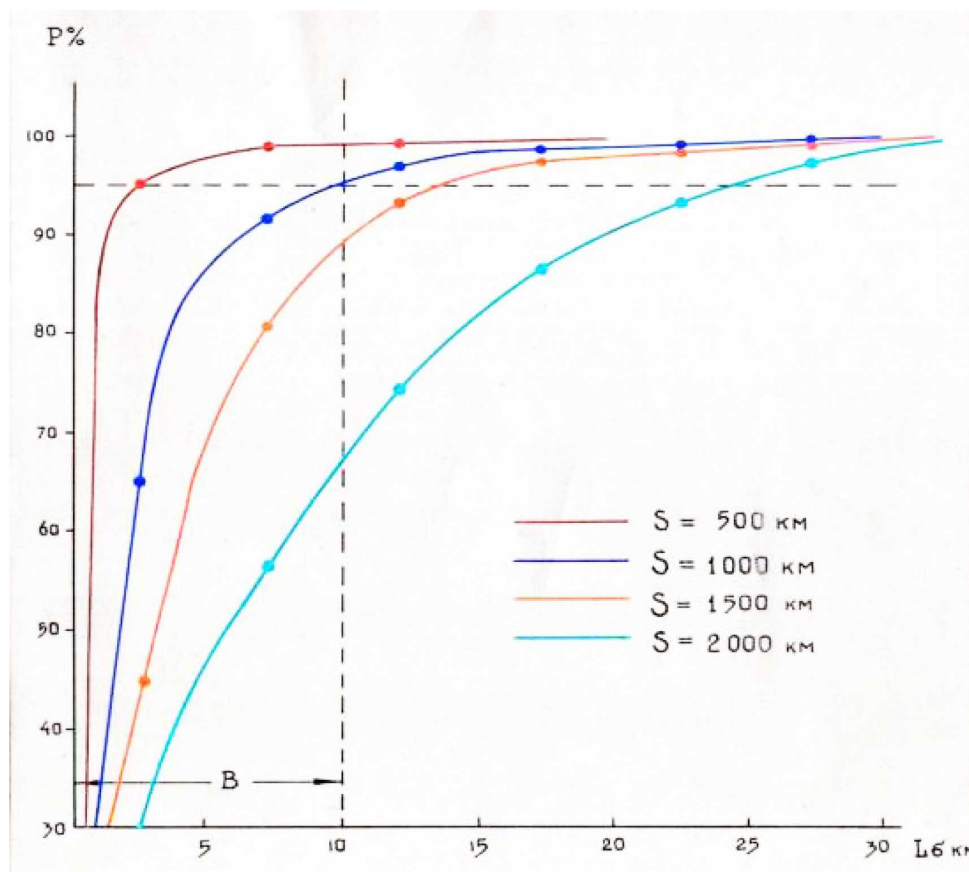


**Рис. 5.** Повторяемость (%) выхода самолёта за пределы воздушного коридора  $\pm 10$  км в зависимости от скорости полёта и протяжённости участка трассы  $S$ : 1–1000, 2–1500 и 3–2000 км

**Fig. 5.** Repeatability (%) of the aircraft leaving the air corridor  $\pm 10$  km depending on the flight speed and the length of the  $S$  route section: 1–1000, 2–1500 and 3–2000 km

Во второй серии экспериментов промоделировано 3 500 полетов с общим налётом более 25 млн км. Параметры ветра усреднялись по участкам различной протяжённости (от 500 до 2 000 км через 500 км, а далее до 5 000 км через 1 000 км) на маршрутах, ориентированных в широтном и меридиональном направлениях. Результаты представлены на рис. 5–8.

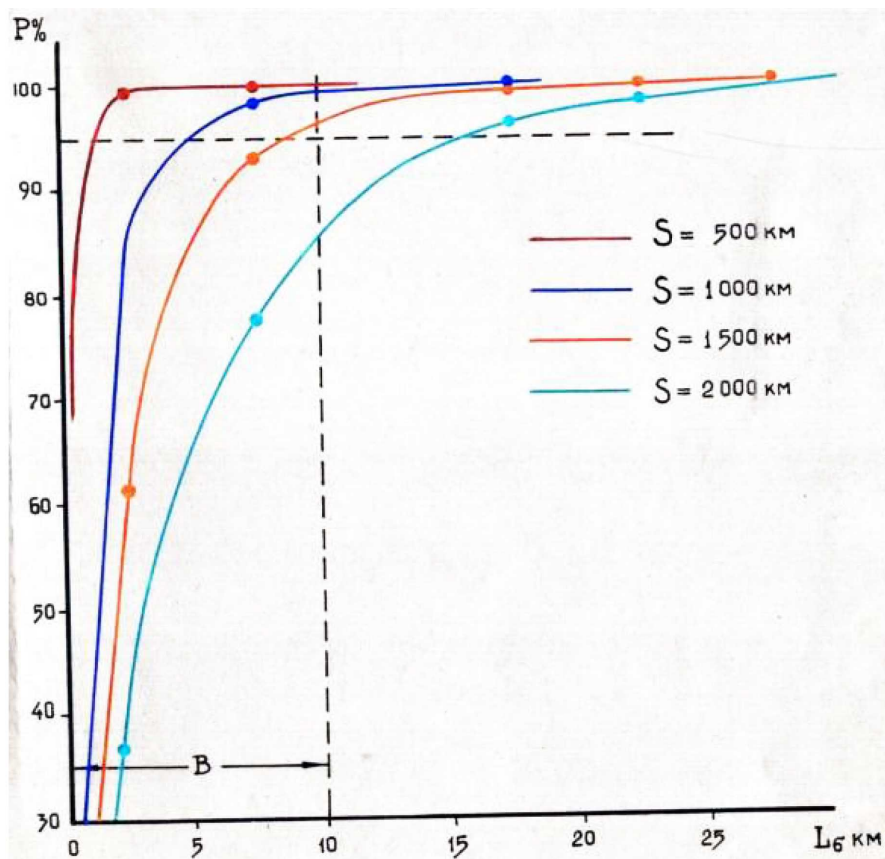
Например, при участке протяжённостью в 1 000 км и воздушной скорости полёта не менее 2 000 км/ч обеспеченность выдерживания заданной воздушной трассы ( $\pm 10$  км) составляет 95 % и более.



**Рис. 6.** Интегральная повторяемость (%) отклонений самолёта от ортодромии при масштабах осреднения ветра 500–2 000 км и скорости полёта 1 500 км/ч

**Fig. 6.** Integral repeatability (%) of aircraft deviations from the orthodrome at averaging scales of 500–2 000 km and a flight speed of 1 500 km/h

Более детальную информацию показывают графики на рис. 5, которые демонстрируют зависимость выходов самолёта за пределы коридора при увеличении масштаба осреднения от 500 до 5 000 км. При этом допустимым масштабом осреднения является 2 000 км для скорости 2 500 км/ч и до 1 000 км для скорости 2 000 км/ч. Для скорости 1 500 км/ч он равен 700 км. Для скорости полёта 1 500 км/ч (рис. 6) и для скорости 2 500 км/ч (рис. 7) показаны интегральные зависимости отклонений в 10 км (B) от ортодромии (центральной линии трассы) при протяжённости участков от 500 до 2 000 км.



*Рис. 7.* Интегральная повторяемость (%) отклонений самолёта от ортодромии при масштабах осреднения ветра 500–2 000 км и скорости полёта 2 500 км/ч

*Fig. 7.* Integral repeatability (%) of aircraft deviations from the orthodrome at averaging scales of 500–2 000 km and a flight speed of 2 500 km/h

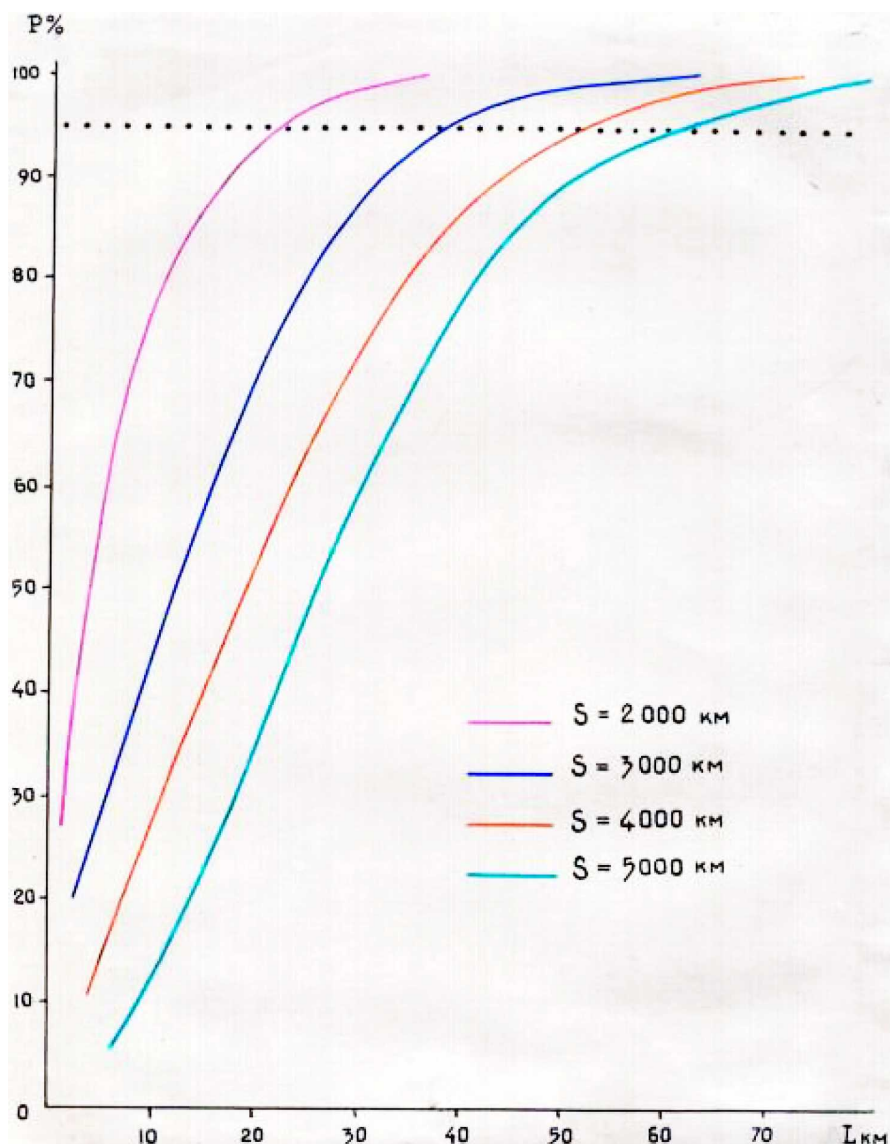
На рисунках видно, что для скорости 1 500 км/ч осреднение может составить 1 000 км, а для скорости 2 500 км/ч — 1 500 км. Наиболее неудовлетворительные результаты даёт осреднение в 2 000 км.

На рис. 8 представлены графики интегральной повторяемости боковых отклонений самолёта от ортодромии при скорости полёта 2 000 км/ч на участках протяженностью от 2 000 до 5 000 км через 1 000 км.

Удовлетворительным может считаться только масштаб в 2000 км. Отклонения от ортодромии в остальных случаях колеблются от 10 до 60 км, что недопустимо.

**Получение информации о ветре с помощью доплеровского радиолокатора.** За последние 50 лет широкое распространение получили данные о ветре, получаемые за счёт использования МРЛ. Применим к решению нашей задачи информацию, получаемую с помощью доплеровской радиолокации.

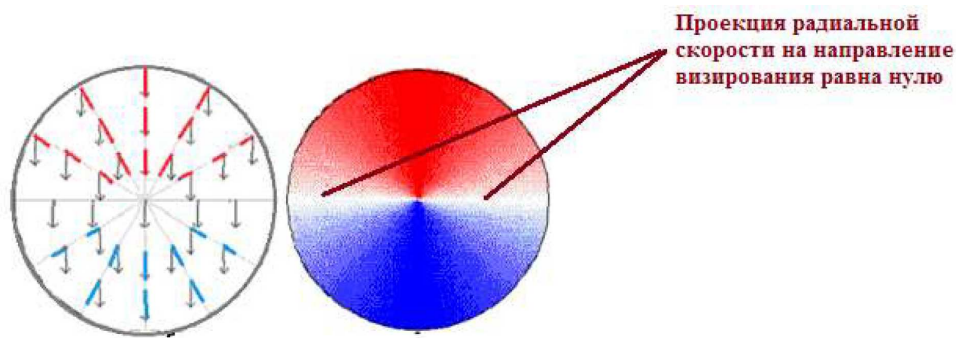




**Рис. 8.** Интегральная повторяемость (%) отклонений самолёта от ортодромии при масштабах осреднения ветра при скорости полёта 2 000 км/ч на участках протяжённостью от 2 000 до 5 000 км через 1 000 км

**Fig. 8.** Integral repeatability (%) of aircraft deviations from the orthodrome at averaging scales wind at a flight speed of 2000 km/h in stretches from 2 000 to 5 000 km after 1 000 km

Перейдём к анализу радиолокационных данных (точка  $D$  на рис. 1). Наряду с получением информации о радиолокационной отражаемости доплеровский МРЛ способен измерять составляющую компоненту скорости движения метеобъекта вдоль линии (луча), проведённой в направлении от радиолокатора к метеоцели. Измеренная радиальная скорость совокупности метеоцелей может при этом быть положительной (если проекция скорости рассеивающих целей на луч направлена к локатору) или отрицательной (если проекция скорости рассеивающих целей на луч направлена от локатора) (рис. 9). Скорость движения метеоцели, направление которой перпендикулярно радиолокационному лучу, не может быть оценена радиолокатором, т. к. в этом случае проекция радиальной скорости на направление визирования равна нулю.



**Рис. 9.** Радиальные компоненты скорости ветра, измеренной в направлении радиолокатора и от него

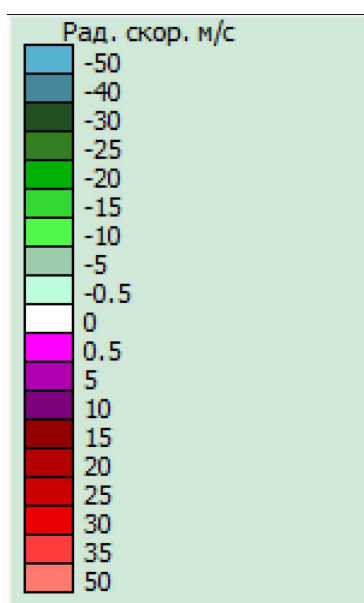
**Fig. 9.** Radial components of wind speed measured in and out of radar

В доплеровском метеорологическом радиолокаторе (ДМРЛ-С) измерение сдвига частоты излучения, отражённого от движущейся метеоцели, а через неё радиальной составляющей скорости проводится путём измерения вариации частоты импульсов, отражённых от метеоцели, относительно частоты излученного зондирующего импульса. Изменение частоты анализируется в каждом бине (дискрете) дальности вдоль оси радиолокационного луча [18].

Размер дискрета дальности в радиальном направлении составляет 250 м, а по углу – равен ширине диаграммы направленности антенны ( $1^\circ$ ). Вдоль оси луча радиолокатора в радиусе обзора, равном 125 км, таких дискретов дальности будет 500. Несмотря на то, что ДМРЛ-С измеряет только радиальную компоненту скорости ветра, для изучения целого ряда метеорологических явлений (таких как атмосферная турбулентность, мезоциклон и т. д.) большое значение может иметь её пространственное распределение. Наиболее полное использование доплеровской информации возможно только в том случае, когда с её помощью однозначным образом удаётся определить скорость и направление перемещения облачных образований, т. е. средний вектор скорости ветра  $U$  в зоне ответственности радиолокатора. Известно, что в системах некогерентных МРЛ в основу метода оценки  $U$  заложено сопоставление карт отражаемостей двух последовательно выполненных обзоров. Погрешность метода зависит от тенденции и скорости развития облаков. Если временной интервал между обзорами превышает 10 мин, то данный метод чаще всего не применяется. Как следствие, при переходе в штормовой режим работы (учащенного проведения обзоров) получить информацию об  $U$  можно только по окончании второго обзора. При этом теряется оперативность построения штормового прогноза, для которого, в первую очередь, необходима информация о перемещении облачных образований.

ДМРЛ-С лишён этого недостатка, т. к. скорость и направление перемещения на основании доплеровской информации могут быть в большинстве случаев вычислены сразу же по окончании обзора, проведённого в режиме «Скорость», т. е. с возбуждением зондирующего импульса. Однако метод, основанный на доплеровской информации, нельзя назвать универсальным, дающим правильные результаты расчёта  $U$  в любой синоптической ситуации. Главным ограничением метода является отсутствие инфор-

мации о тангенциальной компоненте скорости ветра (компоненте, перпендикулярной радиус-вектору  $r$ , проведённому к данной точке пространства из пункта расположения радиолокатора). Кроме того, расчёт  $U$  должен выполняться в автоматическом режиме без участия оператора, который мог бы при наличии квалификации «помочь программе», например, выделить зоны облачности, наиболее подходящие для расчёта  $U$ , приводящие к более устойчивым результатам расчёта. Указанные требования приводят к необходимости разработки нетривиальных методов анализа, которые на основании информации о распределении в пространстве радиальной составляющей скорости движения облачных образований давали бы устойчивые результаты в разных синоптических ситуациях, при различных формах облаков и их количестве в радиусе обзора.



**Рис. 10.** Цветовая шкала и соответствующие ей значения радиальной скорости гидрометеоров в ПО ВОИ «ГИМЕТ-2010»

**Fig. 10.** The color scale and the corresponding values of the radial velocity of hydrometeors in POI “GIMET-2010”

Методы анализа пространственного распределения радиальной составляющей доплеровской скорости позволяют строить карты различного профиля (в координатах скорость – азимут, скорость/направление – высота и т. д.).

Созданное в ГГО программное обеспечение вторичной обработки радиолокационной информации (ПО ВОИ «ГИМЕТ-2010») [20] в условиях облачной погоды позволяет отображать информацию о скорости и направлении высотного потока в атмосферных слоях с дискретностью высоты 1 000 м через каждые 10 мин. В каждом 1 000-метровом слое отображается максимальная скорость гидрометеоров, с которой они приближаются к ДМРЛ-С и удаляются от локатора. Значения радиальной скорости движения совокупности гидрометеоров в ячейках пространства представлены в виде цветовой шкалы (рис. 10). В этой шкале напротив каждого цвета стоит

минимальное значение скорости из диапазона, соответствующего каждой цветовой градации. Так, например, цветом, соответствующим числовому значению «0,5» обозначается область, в которой гидрометеоры движутся со скоростями от 0,5 до 4,9 м/с по направлению к ДМРЛ-С. Цветом, соответствующим «5», обозначается область, в которой гидрометеоры приближаются к ДМРЛ-С со скоростями от 5,0 до 9,9 м/с и т. д. Аналогичным образом соответствующие цвета привязаны к отрицательным скоростям, с которыми гидрометеоры удаляются от ДМРЛ-С.

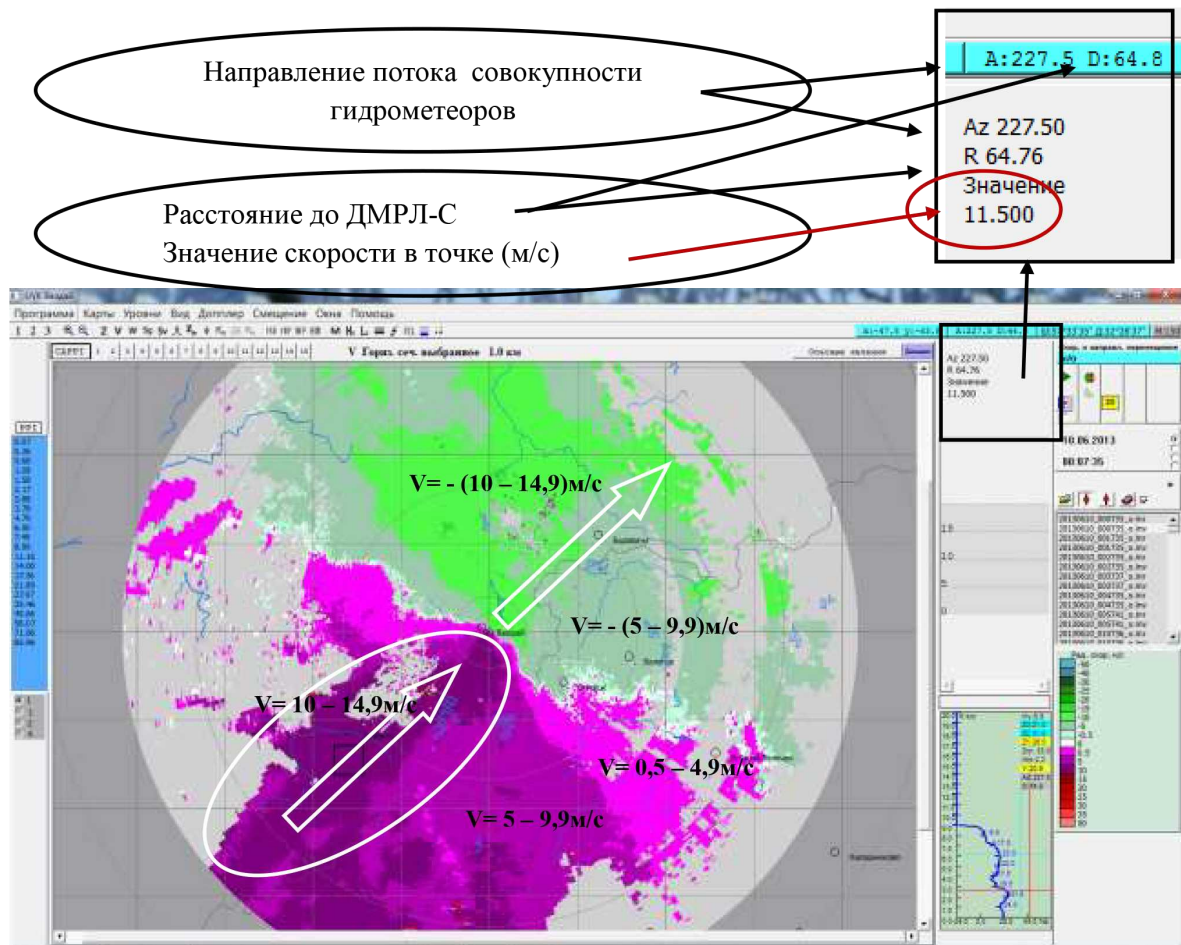


Рис. 11. Карта радиальных скоростей гидрометеоров в слое 0–1,0 км

Fig. 11. Map of radial velocities of hydrometeors in the layer 0–1.0 km

Направление движения совокупности гидрометеоров определяется по ориентации области максимальных скоростей в зоне обзора ДМРЛ-С. При определении направления перемещения воздушных масс наиболее достоверной будет являться информация, полученная в условиях устойчивого воздушного потока, движущегося со скоростью более 10 м/с (36 км/ч). Как правило, при устойчивом воздушном потоке линия максимальных скоростей, с которыми гидрометеоры приближаются к ДМРЛ-С, перпендикулярна линии нулевых радиальных скоростей (обозначенных белым цветом на цветовой шкале). Для того чтобы уточнить направление потока сово-

купности гидрометеоров в градусах, необходимо переместить курсор в область максимальных скоростей. При этом справа вверху на сером фоне появится надпись «Az 227.50» (рис. 11), означающая, что направление, откуда движутся гидрометеоры к ДМРЛ-С, составляет 227. Значение  $R$  на сером фоне и  $D$  на узком поле голубого цвета (сноска, рис. 11) означает расстояние от точки расположения курсора до ДМРЛ-С (в км). «Значение 11.500» указывает на радиальную составляющую скорости гидрометеоров (м/с) в месте расположения курсора (сноска, рис. 11).

Благодаря данным, получаемым ДМРЛ-С в режиме «Скорость», при наличии в зоне обзора локатора облачности можно определить максимальную радиальную скорость смещения совокупности гидрометеоров по слоям толщиной 1 000 м во всей толще облачного слоя.

**Заключение.** Анализ данных табл. 1 на с. 54 показывает многомасштабность атмосферных процессов, которые оказывают влияние на полёты. С точки зрения навигационно-метеорологического обеспечения полётов ЛА на крейсерском режиме, следует рассматривать процессы, относящиеся к мезоклимату, провинции и макроклимату. Для взлёта и посадки ЛА, особенно с максимальным взлётным весом, учитываются процессы топоклимата и микроклимата.

Проведённый анализ существующих методов измерения параметров ветра и результаты серии численных экспериментов позволяют сделать ряд практически значимых выводов:

1. В метеорологии значения параметров ветра, полученных по методу Эйлера и Лагранжа, отождествляют и, к сожалению, распространяют на весь маршрут. Так, данные радиозонда относятся к точке его выпуска, хотя он по воздушному потоку может быть отнесён за 1 ч подъёма на расстояние 100–200 км. Кроме того, радиозонд даёт информацию о ветре, осреднённую по слою воздуха, который он пересёк за время подъёма между измерениями, т. е. это не чистый Лагранж и, тем более, не Эйлер.

2. На этапах взлёта и посадки, включая глиссады набора высоты и снижения, требуется информация о мгновенных значениях ветра и его сдвиге, поскольку на этих этапах ЛА крайне неустойчив из-за малых скоростей полёта (например, авиационное происшествие над Бангкоком за счёт резкой смены вертикальных потоков 25.12.2016 г.).

3. На крейсерском режиме полёта требуется осреднённая по времени и пространству информация о параметрах ветра. Если используется информация в точке (по методу Эйлера), то осреднение должно быть произведено по времени. Если использовать информацию о поле ветра (приближённый метод Лагранжа), полученную с карт барической топографии, то можно получить её на уровне, соответствующем эшелону полета воздушного судна.

4. Информация о состоянии окружающего воздуха, полученная по измерениям с ЛА, является осреднённой по значительному пространству и за небольшой промежуток времени, зависящий от скорости полёта.

5. Масштаб осреднения по пространству и времени зависит от путевой скорости

полёта. При малых ее значениях показания измеренных величин будут приближаться или совпадать с осреднённой информацией, полученной по методу Эйлера. а при больших скоростях полёта значительно отличаться. При этом, чем больше крейсерская скорость полёта, тем больше расстояние, на котором происходит осреднение. Однако, это расстояние при большой скорости полёта ЛА преодолит быстрее, и осреднение по времени будет небольшим.

6. На крейсерском режиме ЛА, для определения путевой скорости и угла сноса необходима информация о средних параметрах ветра по маршруту. Отдельные порывы ветра могут только вызвать его болтанку. При полёте в поле переменного ветра требуется вводить поправку в курс по мере изменения параметров ветра.

7. В настоящее время местоположение ЛА относительно подстилающей поверхности определяется с помощью радионавигационных сигналов GPS и предупреждает о возможном выходе ЛА за пределы воздушного коридора и опасном сближении его с другим ЛА и каким-либо препятствием.

8. Из других отраслей народного хозяйства, для которых порывы ветра являются наиболее опасными, следует отметить строительную индустрию. В ней такие порывы могут привести к падению высотных подъёмных кранов и разрушению недостроенных зданий, также к срыву громоздких рекламных щитов.

#### *Список литературы*

1. Акселевич В. И., Мазуров Г. И. Использование вычислительной техники и информационных технологий в науках о Земле. СПб.: Инфо-да, 2010. 302 с.
2. Баранов А. М., Мазурин Н. И., Солонин С. В., Янковский И. А. Авиационная метеорология. Л.: Гидрометеиздат, 1966. 286 с.
3. Бармин Б. А., Бережная Т. В., Голубев А. Д. Основные погодно-климатические особенности Северного полушария Земли. М., 2019. 67 с.
4. Беспалова Л. А., Иошпа А. Р., Кропянко Л. В., Авакова А. Г. Опасные погодные явления Азово-Черноморского побережья Ростовской области и Краснодарского края // Естественные и технические науки. 2015. № 11. С. 272–276.
5. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей // Труды Всесоюзного научно-метеорологического совещания. Л.: Гидрометеиздат, 1963. С. 250–258.
6. Гандин Л., Машкович С., Левис А. Исследование оптимизации сети аэрологических станций. Женева: ВМО, 1967. 58 с.
7. Джорджио В. А. Струйные течения как индикаторы общей циркуляции атмосферы // Метеорологические исследования. 1968. № 16.
8. Дроздов О. А., Шепелевский А. А. Теория интерполяции в стохастическом поле метеорологических элементов // Труды НИУ Гидрометслужбы СССР. 1949. Сер. 1, вып. 13. С. 108–115.
9. Качурин Л. Г. Методы метеорологических измерений. Л.: Гидрометеиздат, 1985. 456 с.
10. Мазуров Г. И., Акселевич В. И. К вопросу о метеорологическом обеспечении полётов дирижаблей // Метеорологический вестник. 2010. № 1. С. 1–6.
11. Мазуров Г. И., Акселевич В. И. Эйлер, Лагранж и авиация // Метеоспектр. 2017. № 3. С. 78–85.

12. Мазуров Г. И., Драбенко В. А. Оценка информативности данных температурно-ветрового зондирования в среднем слое тропосферы в сравнении с данными вертолётного зондирования атмосферы: материалы Итоговой сессии Ученого совета РГГМУ. СПб., 2004. С. 23–24.
13. Мазуров Г. И., Драбенко В. А. Анализ результатов измерения вертикального профиля температуры по данным вертолётного зондирования нижней тропосферы: материалы Итоговой сессии Учёного совета РГГМУ. СПб., 2003. С. 39–40.
14. Обухов А. М. Турбулентность и динамика атмосферы. М.: Гидрометеиздат, 1988. 414 с.
15. Российский гидрометеорологический энциклопедический словарь / под ред. А. И. Бедрицкого; отв. сост. К. Ш. Хайруллин. СПб.: Летний сад, 2008. Т. 3. Р–Я. 312 с.
16. Солонин С. В., Мазуров Г. И. О допустимом масштабе пространственного осреднения значений геопотенциала в стратосфере при учёте влияния ветра на полёт сверхзвукового самолёта // Труды ГМЦ. 1972. Вып. 95. С. 51–59.
17. Средние месячные и экстремальные значения аэрологических данных за сроки 00 и 12 сгв, станции СССР, помесечно, ежегодно. Обнинск: ВНИИГМИ-МЦД, 1986. 208 с.
18. Тарабукин И. А., Дорофеев Е. В., Львова М. В., Дмитриева О. А., Зверев В. В., Басов И. С., Попов И. Б., Попов В. Б. Производство метеорологических радиолокационных наблюдений с применением ДМРЛ-С на сети Росгидромета в целях штормооповещения и метеобеспечения авиации: метод. письмо. СПб.: Д'АРТ, 2014. 178 с.
19. Хайруллин К. Ш. Мезоклимат и его место в системе климатов // Вопросы климатологии и агрометеорологии. Зап-Сиб НИГМИ. М.: Гидрометеиздат, 1990. Вып. 91. С. 26–33.
20. Шаповалов А. В., Тарабукин И. А., Дорофеев Е. В. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012616865 «ПО вторичной обработки радиолокационной информации ДМРЛ-С». 2012.
21. Шелковников М. С. Мезометеорологические процессы в горных районах и их влияние на полеты воздушных судов. Л.: Гидрометеиздат, 1985. 208 с.

*Статья поступила в редакцию 29.01.2020; принята к публикации 25.02.2020*

#### **Библиографическое описание статьи**

*Акселевич В. И., Мазуров Г. И., Тарабукин И. А., Хайруллин К. Ш.* Климатические масштабы и репрезентативность аэрологических наблюдений применительно к мезоклиматическим прогностическим моделям // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 15, № 3. С. 52–74. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-52-74.

**Vitaliy I. Akselevich<sup>1</sup>,**

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences,  
Associate Professor,*

*The Main Geophysical Observatory named after A. I. Voeikova  
(7, Karbysheva st., St. Petersburg, 194021, Russia),  
e-mail: vaksster@gmail.com*

*ORCID: 0000-0002-5041-3511*

**Gennady I. Mazurov<sup>2</sup>,**

*Doctor of Geographical Sciences, Professor,  
The Main Geophysical Observatory named after A. I. Voeikov  
(7, st. Karbysheva, St. Petersburg, 194021, Russia),  
e-mail: nanmaz@rambler.ru*

*ORCID: 0000-0002-8669-612X*

**Ivan A. Tarabukin<sup>3</sup>,**

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences,  
The Main Geophysical Observatory named after A. I. Voeikov  
(7, st. Karbysheva, St. Petersburg, 194021, Russia),  
e-mail: tarabukin@mail.ru*

*ORCID: 0000-0002-5413-5758*

**Camille Sh. Khairullin<sup>4</sup>,**

*Candidat of Geography,  
The Main Geophysical Observatory named after A. I. Voeikov  
(7, st. Karbysheva, St. Petersburg, 194021, Russia),  
e-mail: khairullink@mail.ru*

## **Climatic Scales and Representativeness of Aerological Observations in Relation to Mesoclimatic Prognostic Models**

The article discusses the scale of the climate and the meteorological processes that form them. The problem of the legitimacy of identifying information obtained in four ways: by the methods of Euler, Lagrange, aircraft, as well as Doppler radars. Radiosonde observations are considered in detail.

**Keywords:** climate scales, representativeness, Euler method, Lagrange method, troposphere wind, jet currents, Doppler radar

### ***Translit***

1. Akselevich, V. I., Mazurov, G. I. Ispol'zovanie vychislitel'noj tekhniki i informacionnyh tekhnologij v naukah o Zemle. SPB.: Info-da, 2010. 302 s.

---

<sup>1</sup>V. I. Akselevich he was involved in the preparation and editing of text, the selection and design of links and graphic materials, the coverage of the current state of the issue (section 1), and participated in the formation of the conclusion.

<sup>2</sup>G. I. Mazurov suggested the concept of fig. 1, described a numerical simulation of the effect of wind speed on cruising flights (section 2), participated in writing the introduction and conclusion.

<sup>3</sup>I. A. Tarabukin provided materials of radar observations of changes in wind speed (3 section)

<sup>4</sup>C. Sh. Khairullin he gave the idea of writing an article, participated in writing an introduction, conclusion, preparation of a section on the scale of the climate, including table. 1 "Large-scale classification of climates" and a description of the aerological features of the Far East.



2. Baranov, A. M., Mazurin, N. I., Solonin, S. V., Yankovskij, I. A. *Aviacionnaya meteorologiya*. L.: Gidrometeoizdat, 1966. 286 s.
3. Barmin, B. A., Berezhnaya, T. V., Golubev, A. D. *Osnovnye pogodno-klimaticheskie osobennosti Severnogo polushariya Zemli*. M., 2019. 67 s.
4. Bespalova, L. A., Ioshpa, A. R., Kropyanko, L. V., Avakova A. G. *Opasnye pogodnye yavleniya Azovo-CHernomorskogo poberezh'ya Rostovskoj oblasti i Krasnodarskogo kraja // Estestvennye i tekhnicheskie nauki*. 2015. № 11. S. 272–276.
5. Gandin, L. S. *Ob"ektivnyj analiz meteorologicheskikh polej // Trudy Vsesoyuznogo nauchno-meteorologicheskogo soveshchaniya*. L.: Gidrometiozdat, 1963. S. 250–258.
6. Gandin, L., Mashkovich, S., Levis, A. *Issledovanie optimizacii seti aerologicheskikh stancij*. Zheneva: VMO, 1967. 58 s.
7. Dzhordzhio, V. A. *Strujnye techeniya kak indikatory obshchej cirkulyacii atmosfery // Meteorologicheskie issledovaniya*. 1968. № 16.
8. Drozdov, O. A., Shepelevskij, A. A. *Teoriya interpolyacii v stohasticheskom pole meteorologicheskikh elementov // Trudy NIU Gidrometsluzhby SSSR*. M.; L., 1949. Ser. 1, vyp. 13. S. 108–115.
9. Kachurin, L. G. *Metody meteorologicheskikh izmerenij*. L.: Gidrometeoizdat, 1985. 456 s.
10. Mazurov, G. I., Akselevich, V. I. *K voprosu o meteorologicheskom obespechenii polyotov dirizhablej // Meteorologicheskij vestnik*. 2010. № 1. S. 1–6.
11. Mazurov, G. I., Akselevich, V. I. *Ejler, Lagranzh i aviaciya // Meteospektr*. 2017. № 3. S. 78–85.
12. Mazurov, G. I., Drabenko, V. A. *Ocenka informativnosti dannyh temperaturno-vetrovogo zondirovaniya v srednem sloe troposfery v sravnenii s dannyimi vertolyotnogo zondirovaniya atmosfery: materialy Itogovoj sessii Uchenogo soveta RGGMU*. SPb.. 2004. S. 23–24.
13. Mazurov, G. I., Drabenko, V. A. *Analiz rezul'tatov izmereniya vertikal'nogo profilya temperatury po dannyim vertolyotnogo zondirovaniya nizhnej troposfery: materialy Itogovoj sessii Uchyonogo soveta RGGMU*. SPb., 2003. S. 39–40.
14. Obuhov, A. M. *Turbulentnost' i dinamika atmosfery*. M.: Gidrometeoizdat, 1988. 414 s.
15. *Rossijskij gidrometeorologicheskij enciklopedicheskij slovar' / pod red. A. I. Bedrickogo; otv. sost. K. SH. Hajrullin*. SPb.: Letnij sad, 2008. T. 3 (R-YA). 312 s.
16. Solonin, S. V., Mazurov, G. I. *O dopustimom masshtabe prostranstvennogo osredneniya znachenij geopotenciala v stratosfere pri uchyote vliyaniya vetra na polyot sverhzhvukovogo samolyota // Trudy GMC*. 1972. Vyp. 95. S. 51–59.
17. *Srednie mesyachnye i ekstremal'nye znacheniya aerologicheskikh dannyh za sroki 00 i 12 sgv, stancii SSSR, pomesyachno, ezhegodno*. Obninsk: VNIIGMI-MCD, 1986. 208 s.
18. Tarabukin, I. A., Dorofeev, E. V., L'vova, M. V., Dmitrieva O. A., Zverev V. V., Basov I. S., Popov I. B., Popov V. B. *Proizvodstvo meteorologicheskikh radiolokacionnyh nablyudenij s primeneniem DMRL-S na seti Rosgidrometa v celyah shtormoopoveshcheniya i meteobespecheniya aviacii: metod. pis'mo*. SPb.: D'ART, 2014, 178 s.
19. Hajrullin, K. SH. *Mezoklimat i ego mesto v sisteme klimatov // Voprosy klimatologii i agrometeorologii. Zap-Sib NIGMI*. M.: Gidrometeoizdat, 1990. Vyp. 91. S. 26–33.

20. Shapovalov, A. V., Tarabukin I. A., Dorofeev E. V. Svidetel'stvo o gosudarstvennoj registracii programmy dlya EVM № 2012616865 "PO vtorichnoj obrabotki radiolokacionnoj informacii DMRL-". 2012.

21. Shelkovnikov, M. S. Mezometeorologicheskie processy v gornyh rajonah i ih vliyanie na polety vozdushnyh sudov. L.: Gidrometeoizdat, 1985. 208 s.

*Received: January 29, 2020; accepted for publication February 25, 2020*

#### **Reference to article**

*Akselevich V. I., Mazurov G. I., Tarabukin I. A., Khairullin C. Sh.* Climatic Scales and Representativeness of Aerological Observations in Relation to Mesoclimatic Prognostic Models // Scholarly Notes of Transbaikal State University. 2020. Vol. 15, No. 3. PP. 52–74. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-52-74.

УДК 620.178.6

DOI: 10.21209/2658-7114-2019-15-3-75-84

*Сергей Яковлевич Березин,  
доктор технических наук, профессор,  
Забайкальский государственный университет  
(673039, Россия, г. Чита, ул. Александро-Заводская, 30),  
e-mail: Berlog\_berezin2011@mail.ru*

### **Параметры процесса пластической деформации при внутреннем резьбовыдавлении**

В статье представлен анализ условий формирования внутренних резьбовых профилей при работе начального деформирующего витка резьбовыдавливающей крепежной детали. Для описания условий представлены геометрические элементы рабочих участков деформирующего витка и графические схемы процесса его внедрения. Разработаны математические зависимости для установления основных параметров процесса деформации, таких как степень, скорость, объём деформации и др. Они необходимы для производства расчетов силовых показателей процесса резьбообразования как в обычных условиях, так и при использовании интенсифицирующих воздействий. Предлагаемая расчётная методика может быть легко адаптирована для анализа подобных процессов, в частности, при работе раскатников.

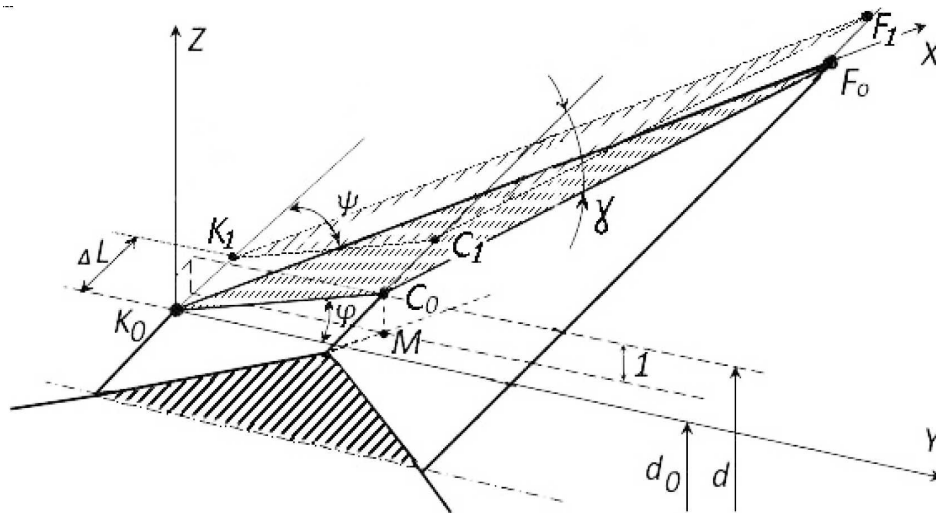
**Ключевые слова:** резьбовыдавливание, внутренняя резьба, стенка отверстия, пластическая деформация, резьбоформирующий крепёж, раскатник, абсолютная деформация

Получение внутренних резьб раскатниками и резьбоформирующим крепежом связано с пластической деформацией, в результате которой определённый объём металла выдавливается вершиной инструмента и перетекает в его резьбовую впадину, формируя внутренний профиль. Такой процесс протекает в стеснённых условиях, сопровождающихся высокими значениями усилий и моментов деформации. Последние, в свою очередь, зависят от скорости работы инструмента, геометрии его рабочих участков, механических свойств обрабатываемого материала и технологических факторов. Силовые и скоростные показатели процесса резьбовыдавливания достаточно подробно изучены ранее [2; 5; 6]. Параметры же самого деформационного процесса освещены не в полной мере. Например, в работе предлагается методика расчёта степени деформации «Получение резьб выдавливающими метчиками» [5]. Имеются некоторые сведения по глубине упрочняемого слоя, влиянию скорости завинчивания, на силовые показатели процесса и другие данные [3]. Однако такая разрозненная информация не формирует общей картины процесса, и не позволяет оценить такую совокупность параметров, как абсолютная и относительная деформации, скорость

деформации, деформируемый объём, площадь внедрения рабочей грани инструмента и пространство её перемещения, степень деформации при резьбовыдавливании. Необходимо отметить, что скорость завинчивания и скорость деформации есть величины связанные, но разные.

Определение перечисленных параметров можно рассмотреть на примере процесса работы деформирующего витка резьбовыдавливающей крепёжной детали (винта, шпильки, болта). Геометрия деформирующей части этого витка представляет часть резьбового витка, пересечённого плоскостью торцевой фаски. Её вид представлен на рис. 1.

Для удобства представим деформирующую плоскость заходного витка в прямоугольной системе координат  $XYZ$  в развёрнутом виде в форме треугольника  $F_0K_0C_0$ . Для того чтобы установить координаты точек  $F_0$ ,  $K_0$ ,  $C_0$  в безразмерном виде, возьмём координату  $Z_c = C_M$ , равную 1. При перемещении плоскости  $F_0K_0C_0$  на величину  $\Delta L$  вдоль отрезка  $K_0K_1$  параллельно самой себе величиной абсолютной деформации будет расстояние между старым ( $F_0K_0C_0$ ) и новым положением ( $F_1K_1C_1$ ) плоскости  $FKC$ , взятое по нормали к ней. В реальной форме (в круговой системе координат) ребро  $F_0C_0$  представляет собой Архимедову спираль с углом подъёма  $\gamma$ .



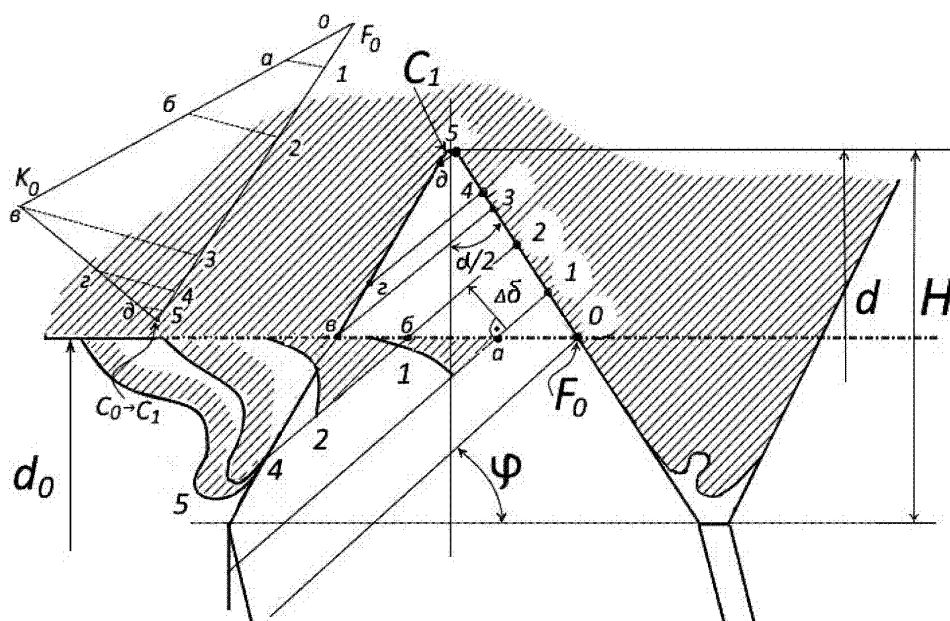
**Рис. 1.** Положение деформирующей плоскости в системе  $OXYZ$  при определении величины абсолютной деформации:  $\gamma$  – угол подъёма спирали Архимеда  $F_0C_0$ ;  $\varphi$  – угол торцевой фаски;  $\psi$  – угол подъёма винтовой линии;  $\Delta L$  – элементарное перемещение

**Fig. 1.** The position of the deforming plane in the system  $OXYZ$  at determining the magnitude of the absolute deformation:  $\gamma$  – angle of elevation of the spiral of Archimedes  $F_0C_0$ ;  $\varphi$  – facet angle;  $\psi$  – helix elevation angle;  $\Delta L$  – elementary movement

Прежде чем перейти к определению величины абсолютной деформации, рассмотрим процесс внедрения деформирующей плоскости  $FKC$  в материал стенки отверстия, представленный на рис. 2.

Процесс внедрения деформирующей плоскости  $FKC$  начинается в точке  $\theta$ , в которой точка  $F_0$  этой плоскости касается стенки отверстия. При дальнейшем вращении крепёжной детали вокруг оси плоскость  $FKC$  за счёт угла подъёма  $\gamma$  (рис. 1)

перемещается к точке 1 на величину элементарного шага  $\Delta\delta$ , выдавливая металл отверстия перед собой в виде заштрихованного напльва 1.



**Рис. 2.** Схемы внедрения деформирующей плоскости  $FKC$  в материал стенки отверстия:  $d$  и  $d_0$  – наружный диаметр резьбы и диаметр отверстия соответственно;  $H$  – высота профиля;  $\alpha/2$  – половина угла профиля резьбы;  $\Delta\delta$  – элементарный шаг внедрения;  $\varphi$  – угол торцевой фаски

**Fig. 2.** Schemes for the introduction of the deforming plane  $FKC$  into the wall material of the hole:  $d$  and  $d_0$  – the outer diameter of the thread and the diameter of the hole, respectively;  $H$  – profile height;  $\alpha/2$  – half the angle of the thread profile;  $\Delta\delta$  – an elementary implementation step;  $\varphi$  – facet angle

Процесс формирования таких напльвов был экспериментально доказан на свинцовых образцах с координатной сеткой, представленный в работе «Ассиметрия...» [3]. Поднимаясь далее к точкам 2, 3, 4, 5, плоскость  $FKC$ , толкая металл перед собой, увеличивает объём напльва (заштрихованные области слева), который заполняет впадину резьбы и образует внутренний профиль. В точке 5 плоскость заканчивает свою работу собственной точкой  $C_1$  уже в своём новом положении  $F_1K_1C_1$  (рис. 1). На рис. 2 процесс перемещения плоскости  $FKC$  по точкам 1–5 показан на фрагменте в верхнем левом углу. Деформирующее ребро  $F_0C_0$  под углом  $\gamma$  внедряется в правую боковую сторону профиля по траектории точек 1–5, переходя от начальной точки  $F_0$  в точку  $C_1$ . Точки ребра  $F_0K_0$  ( $\theta$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $\psi$ ) движутся по линии диаметра отверстия. При этом в конечном положении точка  $K_0$  переходит в точку  $K_1$ . Соответственно точки  $\psi$ ,  $z$ ,  $d$ , относящиеся к стороне  $K_0C_0$ , перемещаются вверх по левой боковой стороне профиля. Расстояние  $\Delta L$ , соответствует элементарной (шаговой) деформации  $\Delta\delta$ . Следует отметить, что абсолютной (полной) деформации  $\delta$  в свою очередь соответствует и полное перемещение плоскости  $FKC$  на расстояние

$L$ . При этом в данной работе конечное положение плоскости  $F_1K_1C_1$  рассматривается как для элементарного смещения  $\Delta L$ , так и для полного  $L$ . При этом, величина относительной деформации будет соответствовать отношению  $\Delta\delta/\delta$ . Вертикальное (радиальное) перемещение точки  $C$  при полной деформации будет равно  $0,5(d - d_0)$ , а соответствующее ему перемещение деформирующей плоскости  $FKC$  на расстояние  $L$  будет равно

$$L = \frac{d - d_0}{2 \tan \gamma} \cdot \beta, \quad (1)$$

где  $\gamma$  – угол подъёма деформирующего ребра  $FC$  в направлении винтовой линии;  
 $\beta$  – угол отклонения ребра  $FC$  относительно поперечной плоскости [2].

В системе  $OXYZ$  (рис. 1) координатами опорных точек плоскости будут следующие

$$F_0(X_F; 0; 0); C_0(X_C; Y_C; 1); K_0(0; 0; 0),$$

где  $X_F; X_C; Y_C$  – координаты исходных точек  $F_0$  и  $C_0$ .

Таким образом, для установления величины *абсолютной деформации*, необходимо определить координаты  $X_F, X_C, Y_C$ . Согласно работе С. Я. Березина [2, рис. 2.3.], справедливо следующее соотношение:

$$\frac{FK}{AB} = \frac{h}{H},$$

где  $AB$  – проекция стороны  $FK$  на линию внутреннего диаметра резьбы;

$H$  – высота исходного профиля по ГОСТ 9150-81;

$h$  – глубина внедрения витка, в соответствии с данными автора [2],  $h = CM = 1$ .

В свою очередь  $H = 0,866P$  ( $P$  – шаг резьбы).

Тогда координаты точек  $F$  и  $C$  будут равны

$$X_F = FK = \frac{AB}{H} = \frac{\pi d_1}{0,866P} \approx \frac{P}{0,866P \cdot \tan \psi} \approx \frac{1,1547}{\tan \psi}.$$

Проекция стороны  $FC$  на плоскость  $XOY$  равна

$$FM = \frac{1}{(\tan \varphi) \cdot \sin \beta},$$

где  $\beta$  – угол наклона проекции стороны  $FC$  на плоскость  $XOY$  к линии поперечного сечения.

Проекция  $FM$  на ось будет равна

$$X_{FM} = FM \cdot \cos \beta = \frac{\cot \beta}{\tan \varphi}.$$

Тогда, согласно рис. 1, координата  $X_C$  определится в виде

$$X_C = FR - X_{FM} = \frac{1,1547}{\tan \psi} - \frac{\cot \beta}{\tan \varphi}.$$

Координата  $Y$  равна проекции на ось  $OY$

$$Y_C = \frac{1}{\tan \varphi}.$$

Сведем найденные координаты в единую систему

$$F \left[ \frac{1,1547}{\tan \varphi}; 0; 0 \right], K(0; 0; 0); \left[ \left( \frac{1,1547}{\tan \varphi} - \frac{\cot \beta}{\tan \varphi} \right); \frac{1}{\tan \varphi}; 1 \right].$$

Данные координаты позволяют получить уравнение плоскости

$$\begin{vmatrix} X - X_0 & Y - Y_0 & Z - Z_0 \\ X_1 - X_0 & Y_1 - Y_0 & Z_1 - Z_0 \\ X_2 - X_0 & Y_2 - Y_0 & Z_2 - Z_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X & Y & Z \\ \left[ \frac{1,1547}{\tan \psi} \right] & 0 & 0 \\ \left[ \frac{1,1547}{\tan \psi} - \frac{\cot \beta}{\tan \varphi} \right] & \left[ \frac{1}{\tan \varphi} \right] & 1 \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Развернув определитель (2), получим уравнение следующего вида:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{\tan \varphi} & 1 \end{vmatrix} - Y \begin{vmatrix} \frac{1,1547}{\tan \psi} & 0 \\ \frac{1,1547}{\tan \psi} - \frac{\cot \beta}{\tan \varphi} & 1 \end{vmatrix} + Z \begin{vmatrix} \frac{1,1547}{\tan \psi} & 0 \\ \frac{1,1547}{\tan \psi} - \frac{\cot \beta}{\tan \varphi} & \frac{1}{\tan \varphi} \end{vmatrix} = \\ = -Y \frac{1,1547}{\tan \psi} + Z \frac{1,1547}{\tan \psi \cdot \tan \varphi}. \quad (3)$$

Уравнение (3) является уравнением плоскости  $FKC$  в координатах  $XYZ$  в форме  $AX + BY + CZ + D = 0$ . Из него можно установить значения коэффициентов  $A, B, C, D$

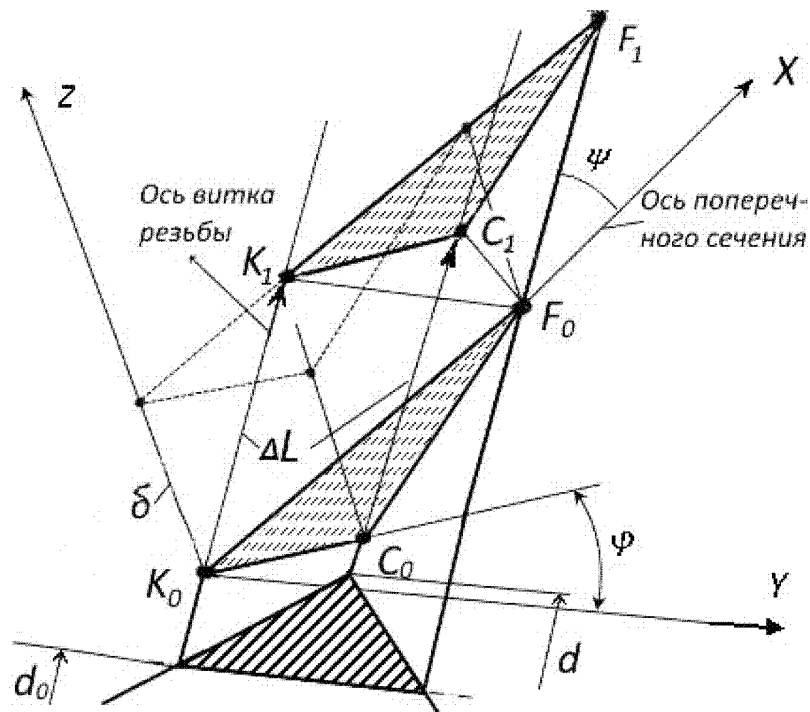
$$A = 0; b = -\frac{1,1547}{\tan \psi}; C = \frac{1,1547}{\tan \psi \cdot \tan \varphi}; D = 0.$$

На рис. 3 представлен объём перемещений, произведённых плоскостью  $FKC$  при ее сдвиге под углом  $\psi$  относительно оси на величину  $\Delta L$  ( $L$ ).

Если внедрение деформирующей плоскости  $FKC$  в материал стенки отверстия начинается в точке  $F_0$ , то, согласно рис. 2, оно заканчивается в точке  $C_1$ , переместившись в новое положение  $F_1K_1C_1$ . Тогда объём между начальным и новым положением плоскости будет представлять наклонную 3-гранную призму ( $F_0K_0C_0F_1K_1C_1$ ), объём который можно назвать сдвиговым объёмом. Он лишь частично связан с объёмом деформации. Для определения последнего необходимо спроецировать новое положение плоскости  $F_1K_1C_1$  на ось  $OZ$ . Тогда устанавливается нормаль  $\delta$  между начальным и конечным положением плоскости, которая по сути является абсолютной деформацией, соответствующей полному смещению  $L$ . Величина *деформируемого объёма*  $V$  будет равна объёму 3-гранной пирамиды  $F_0F_1K_1C_1$  (рис. 3)

$$V = \frac{1}{3} \cdot \delta \cdot S_{F_1K_1C_1}, \quad (4)$$

где  $S_{F_1K_1C_1}$  – площадь деформирующей плоскости.



**Рис. 3.** Построение объема перемещений в координатах  $OXYZ$ , образуемого при смещении плоскости  $FRC$  на величину  $\Delta L$ :  $\delta$  – абсолютная деформация;  $F_0K_1C_1F_1$  – объем деформации

**Fig. 3.** Construction of the volume of displacements in the coordinates  $OXYZ$ , formed when the plane  $FRC$  is shifted by  $\Delta L$ :  $\delta$  – absolute deformation;  $F_0K_1C_1F_1$  – deformation volume

Величину абсолютной деформации можно установить из уравнения (3) в форме

$$\delta = \frac{AX_{K_1} + BY_{K_1} + CZ_{K_1} + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}. \quad (5)$$

После подстановки координат точек и преобразований, с учётом нового положения точки  $K$

$$\begin{cases} X_{K_1} = \Delta L \cdot \cos \psi; \\ Y_{K_1} = -\Delta L \cdot \sin \psi; \\ Z_{K_1} = 0. \end{cases}$$

Получим



$$\delta = \left( \sin \psi \cdot \frac{1,1547}{\tan \psi} \right) \cdot \frac{L}{\sqrt{\frac{1}{(\tan \psi)^2 + (\tan \psi)^2 \cdot (\tan \varphi)^2}}} = L \cdot \sin \psi \sin \varphi. \quad (6)$$

Скорость деформации зависит от скорости вращения крепежной детали  $V_\tau$  и геометрии деформирующей плоскости. Вектор скорости деформации совпадает с вектором  $\delta$  и по величине равен

$$\nu_L = 0,5 \cdot \nu_\tau \sin 2\psi \cdot \varphi.$$

При этом работа деформации, совершённая гранью  $FKC$ , будет определяться интенсивностью контактных напряжений, объёмом и величиной относительной деформации на длине перемещения  $L$

$$A = \sigma_K V \int_{d_0}^d \frac{dZ}{Z} = \sigma + KV \ln \frac{d}{d_0}, \quad (7)$$

где  $Z$  – вертикальная координата по высоте витка;

$\sigma_K$  – контактное напряжение при пластической деформации [1];

$V$  – объём деформации в соответствии с формулой (4).

Выражение  $\ln \frac{d}{d_0}$  представляет среднюю величину относительной деформации при вдавливании плоскости  $FKC$  при её перемещении в направлении ввинчивания на величину  $L$ .

Много вопросов возникает при установлении значений степени деформации при выдавливании внутренних резьб. Анализируя работы, посвящённые данному вопросу [4–6], можно выделить две формы оценки степени деформации – геометрическую и фактическую. Вообще в целом, степень деформации – это отношение объёма деформированного (перемещённого) материала к объёму деформирующей части инструмента. В соответствии с формулами (1), (4), (6) геометрическую степень деформации можно представить выражением вида

$$W = \frac{V}{V_1} = \frac{d - d_0}{d - d_1} \cdot \frac{S_{F_1 K_1 C_1}}{S_{F_1 B_1 C_1}}, \quad (8)$$

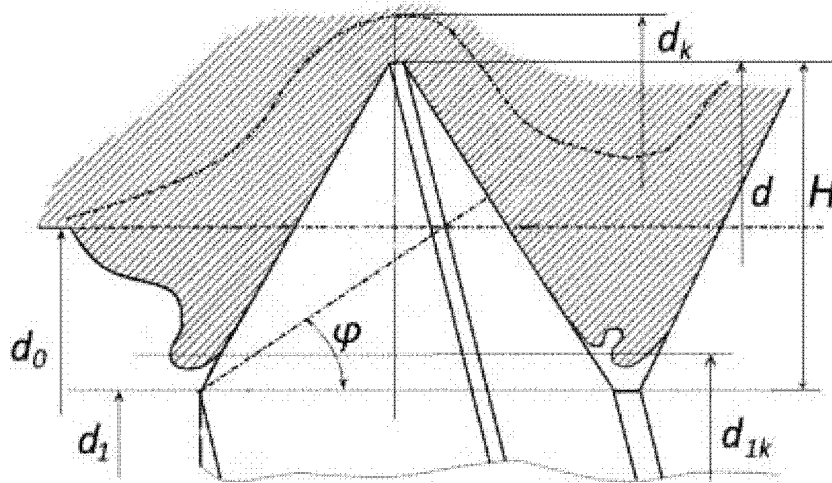
где  $V_1$  – объём деформирующей части витка между наружным и внутренним диаметрами;

$S_{F_1 K_1 C_1}$  – площадь деформирующей плоскости в соответствии с рис. 3;

$S_{F_1 B_1 C_1}$  – общая площадь основания витка по линии внутреннего диаметра [2, рис. 2.3, линия АВ].

Для оценки фактической степени деформации необходимо учесть и то, что материал под воздействием деформирующих элементов не только перемещается (течёт), заполняя впадину винта, но и упрочняется. В контактных областях, где проявляется деформирующее воздействие, он уплотняется, зёрна металла вытягиваются, т. е. мы

имеем такую же деформированную область. Она представлена на рис. 4 и отмечена пунктирной кривой. Глубину упрочнённой зоны можно определить на основе измерений микротвёрдости специально подготовленных образцов. Такие данные приведены в работе С. Я. Березина [3], на основе которых установлено, что наибольшее упрочнение получают слои, прилегающие к вершинам резьбы и правой боковой стороны, где в наибольшей степени проявляется деформирующее действие плоскости ФКС. Глубина упрочнённой области распределена неравномерно, поэтому её сложно учесть при определении фактической степени деформации.



**Рис. 4.** Сформированный резьбовой профиль с учётом области упрочнённого материала:  $H$  – высота профиля винта;  $d_0$  – диаметр отверстия под резьбу;  $d_{1K}$  – внутренний диаметр сформированной резьбы;  $d_K$  – диаметр вершин упрочнённой зоны в корпусе;  $\varphi$  – угол наклона деформирующей плоскости (фаски)

**Fig. 4.** Formed threaded profile taking into account areas of hardened material:  $H$  – screw profile height;  $d_0$  – diameter of the hole for the thread;  $d_{1K}$  – inner diameter of the formed thread;  $d_K$  is the diameter of the vertices of the hardened zone in the housing;  $\varphi$  – angle of inclination of the deforming plane (chamfer)

Если в формуле (8) оставить неизменным объём  $V_1$ , то в числителе необходимо учесть глубину этой упрочнённой области в виде среднего от суммы высот двух областей – ниже  $d$  и ниже  $d_K$ . Тогда получим выражение для фактической степени деформации

$$W = \frac{V_K}{V_1} = \frac{d + d_K - 2d_0}{2(d - d_1)} \cdot \frac{S_{F_1K_1C_1}}{S_{F_1B_1C_1}}, \quad (9)$$

где  $V_K$  – усреднённый объём деформированной области с учётом размеров упрочнённого слоя.

Численные испытания формул (8) и (9) показали следующее:

1. Фактическая степень деформации для средних размеров крепёжных резьб (М10 – М14) на 4–6 % выше, чем геометрическая степень.

2. Средний уровень фактических степеней деформации для крепёжных метрических резьб зависит в основном от величины припуска под резьбу, т. е. от диаметра подготовленного отверстия, и колеблется в пределах (38–43 %).

В результате анализа процесса пластической деформации при внутреннем резьбовыдавливании установлены основные его параметры, включая величины абсолютной и относительной деформаций, скорости деформирования, деформированного объёма, площади и степени деформации. Они позволяют более детально представлять процесс образования внутренней резьбы и использовать полученные данные для описания и моделирования родственных процессов.

### *Список литературы*

1. Березин С. Я. Исследования пластических свойств цветных сплавов применительно к процессам резьбовыдавливания // Механическое оборудование металлургических заводов. 2019. № 1. С. 33–40.
2. Березин С. Я., Чумаков Р. Е., Леонов В. Н. Научные основы технологии сборочно-резьбообразующих процессов: монография. Чита: ЗабГПУ, 2005. 213 с.
3. Березин С. Я., Романова Л. С. Асимметрия выдавливаемых профилей при образовании гладко-резьбовых соединений // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2013. № 3. С. 7–13.
4. Накатывание резьб, червяков, шлицев, зубьев / В. В. Лапин, М. И. Писаревский, В. В. Самсонов [и др.]. Л.: Манинстроение: Ленингр. отд-ние, 1986. 228 с.
5. Получение резьб выдавливающими метчиками / сост. С. И. Велицкий, С. И. Курман // Обзоры по межотраслевой тематике ГосИНТИ № 2/41-70. М.: ГосИНТИ, 1970. 37 с.
6. Рыжов Э. В., Андрейчиков О. С., Шешков А. Е. Раскатывание резьб. М.: Машиностроение, 1974. 122 с.

*Статья поступила в редакцию 3.04.2020; принята к публикации 30.04.2020*

### **Библиографическое описание статьи**

*Березин С. Я.* Параметры процесса пластической деформации при внутреннем резьбовыдавливании // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 15, № 3. С. 75–84. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-75-84.

*Sergey Ya. Berezin,*  
*Doctor of Engineering Sciences, Professor,*  
*Transbaikal State University*  
*(30 Aleksandro-Zavodskaya st., Chita, 672039, Russia),*  
*e-mail: Berlog\_berezin2011@mail.ru*

## Parameters of Plastic Deformation Process During Internal Thread Tapping

The article presents an analysis of the conditions for the formation of internal threaded profiles during the operation of the initial deforming scroll of the threaded fastener. To describe the conditions, geometric elements of the working sections of the de-forming coil and graphical diagrams of the process of its implementation are presented. Mathematical dependencies have been developed to determine the main parameters of the deformation process, such as the degree, speed, volume of deformation, etc. They are necessary for calculating the power parameters of the thread forming process both under normal conditions and when using intensifying influences. The proposed calculation method can be easily adapted for the analysis of such processes, in particular in the operation of deforming a taps.

**Keywords:** thread tapping, internal thread, hole wall, plastic deformation, thread forming fasteners, deforming a tap, absolute deformation

### *Translit*

1. Berezin, S. Ya. Issledovaniya plasticheskikh svojstv cvetnykh splavov primenitel'no k processam rez'bovydavlivaniya // Mekhanicheskoe oborudovanie metallurgicheskikh zavodov. 2019. № 1. S. 33–40.
2. Berezin, S. Ya., Chumakov, R. E., Leonov, V. N. Nauchnye osnovy tekhnologii sborochno-rez'boobrazuyushchih processov: monografiya. Chita: ZabGPU, 2005. 213 s.
3. Berezin, S. Ya., Romanova, L. S. Asimmetriya vydavlivayemykh profilej pri obrazovanii gladko-rez'bovykh soedinenij // Uchyonye zapiski Zabajkal'skogo gosudarstvennogo universiteta. 2013. № 3. S. 7–13.
4. Nakatyvanie rez'b, chervyakov, shlicev, zub'ev / V. V. Lapin, M. I. Pisarevskij, V. V. Samsonov [i dr.]. L.: Mashinostroenie: Leningr. otd-nie. 1986. 228 s.
5. Poluchenie rez'b vydavlivayushchimi metchikami / sost. S. I. Velickij, S. I. Kuzurman // Obzory po mezhotraslevoj tematike GosINTI № 2/41-70. M.: GosINTI, 1970. 37 s.
6. Ryzhov, E. V., Andrejchikov, O. S., Steshkov, A. E. Raskatyvanie rez'b. M.: Mashinostroenie, 1974. 122 s.

*Received: April 03, 2020; accepted for publication April 30, 2020*

### Reference to article

*Berezin S. Ya.* Parameters of Plastic Deformation Process During Internal Thread Tapping // Scholarly Notes of Transbaikal State University. 2020. Vol. 15, No 3. PP. 75–84. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-75-84.

УДК 544.344.015.3

DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-85-93

*Георгий Степанович Бордонский,*  
*доктор физико-математических наук, профессор,*  
*Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН,*  
*(672014, г. Чита, ул. Недорезова, 16а),*  
*e-mail: lgc255@mail.ru*  
*ORCID 0000-0002-0009-0822*

### Особенности физических характеристик воды вблизи нуля градусов Цельсия<sup>1</sup>

В статье рассмотрены физические характеристики воды около 0 °С. Этот вопрос важен тем, что характеристики жидкой воды в области 0...+4 °С испытывают резкие изменения. Предполагается, что такое поведение физических свойств воды связано с влиянием второй её критической точки, находящейся при температуре –53 °С и давлении 100 МПа. Из этой точки на фазовой диаграмме «давление – температура» исходит линия Видома, на которой резко возрастают флуктуации плотности и энтропии. Предполагается, что флуктуации термодинамических величин определяют аномалии физико-химических характеристик воды, в том числе в области отрицательных давлений. Отрицательные давления могут существовать в порах гидрофильных сорбентов. Найденная линия Видома при отрицательных давлениях в предельном случае может достигать 0 °С.

**Ключевые слова:** холодная вода, вторая критическая точка, линия Видома, аномалии характеристик воды

**Введение.** Известны многочисленные аномалии физико-химических характеристик воды, из них наиболее необычные (при нормальном атмосферном давлении) соответствуют интервалу температур от –70 °С до +4 °С [18]. В этом интервале вода имеет отрицательный коэффициент объёмного расширения, что приводит к понижению её плотности с уменьшением температуры. При компьютерном моделировании параметров воды обнаружена наиболее яркая её аномалия – вторая критическая точка перехода «жидкость – жидкость» при температуре около –53 °С и в интервале давлений 30...100 МПа [1; 21; 22]. Точное значение этих параметров пока не удаётся экспериментально определить из-за больших сложностей получения глубоко переохлаждённой воды.

Косвенно положение второй критической точки можно найти по так называемой линии Видома, которая в фазовом пространстве «давление – температура» ( $P - T$ )

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 18-05-00085 «Влияние второй критической точки воды на физико-химические свойства криосферных образований».

исходит из этой точки в однокомпонентную область [19]. Её особенность заключается в том, что на ней имеют место сильные флуктуации плотности и энтропии воды [23]. При нормальном атмосферном давлении температура на линии Видома равна  $-45\text{ }^{\circ}\text{C}$  [19; 23]. Представленные в работах исследователей результаты экспериментов показали, что некоторые термодинамические величины: теплоёмкость при постоянном давлении, коэффициенты изотермической сжимаемости и объёмного расширения резко возрастают при приближении к  $-45\text{ }^{\circ}\text{C}$  [14; 15; 23; 24].

Имеется понимание существования аномалий в особой области параметров холодной воды (например, при давлении 0.1 МПа в интервале  $-70 \dots + 4\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), однако часть этой области, где вода при обычных условиях имеет температуры  $0 \dots + 4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , плохо исследована. Вместе с тем, именно этот интервал температур важен для многочисленных применений, так как жидкая вода вблизи температуры замерзания распространена в природной среде.

В данной работе рассмотрены некоторые физические характеристики жидкой воды вблизи  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  и предложена гипотеза, объясняющая аномалии воды в этой области температур.

*Аномалии физических свойств воды в интервале  $0 \dots 4\text{ }^{\circ}\text{C}$ .* Как отмечалось ранее, плотность воды падает при охлаждении ниже  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . При этой температуре наблюдается максимум плотности, который приводит к важным следствиям, например, для существования жизни в замерзающих пресных континентальных водоёмах. В них происходит опускание воды при температурах  $2 \dots 4\text{ }^{\circ}\text{C}$  на дно, что приводит к прекращению циркуляции воды и резкому снижению скорости роста ледяного покрова.

Кроме этой аномалии должны существовать и другие при понижении температуры от  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Одна из таких аномалий, ставших привычной — замерзание, то есть переход в кристаллическое состояние, при  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Относительно высокая температура фазового перехода сильно отличает воду от её гомологов ( $H_2S$ ,  $H_2Se$ ,  $H_2Te$ ).

Другой недостаточно известной аномалией физических характеристик воды является резкое падение её прочности на разрыв в капиллярах [10; 16] при охлаждении от  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  (рис. 1). До настоящего времени эта аномалия не объяснена. Согласно теории гомогенной нуклеации пузырьков газа, давление, разрывающее воду, должно монотонно возрастать при охлаждении до  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  [5]. Теоретический предел начала образования кавитационных явлений составляет  $\sim 140$  МПа [12].

Можно также предположить существование слабо выраженной особой аномалии вязкости воды, проявляющейся при течении больших её масс. В исследованиях с использованием спутниковых изображений ледяного покрова оз. Байкал в весенний период обнаружены кольцевые образования диаметром в несколько километров [3; 4]. Предполагается, что эти структуры образуются под действием вихревых течений, которые приводят к таянию льда по периферии вихря [6]. Однако природа появления вихрей не известна. Образование динамической структуры при температурах около  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  можно связать с проявлением отрицательной дифференциальной вязкости, которая приводит к неустойчивости системы и возникновению структурированного

объекта [9]. Отрицательную дифференциальную вязкость наблюдали в гидродинамике, однако это явление не было удовлетворительно объяснено [8]. Возможно, что ответ будет получен при исследованиях сдвиговой упругости жидкостей, для которой в области низких частот обнаружен особый релаксационный процесс, который указывает на необычные характеристики воды при предельно малых скоростях течения полярных жидкостей [2].

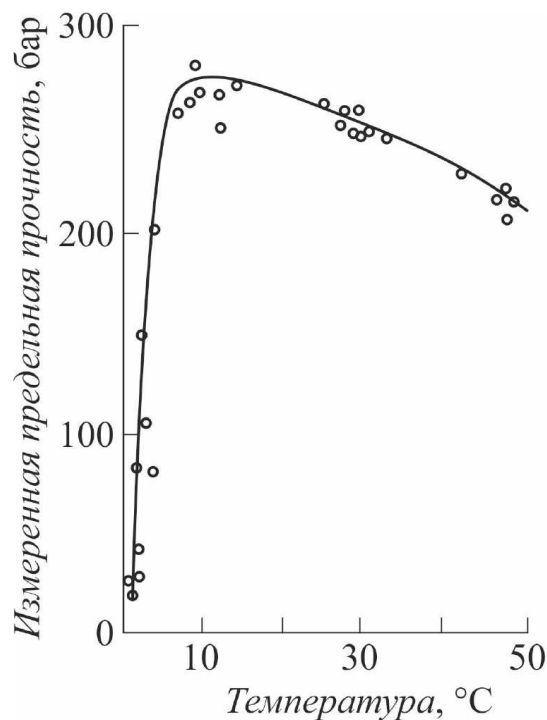


Рис. 1. Зависимость максимального растяжения воды от температуры [16]

Fig. 1. Dependence of the maximum stretching of water on temperature [16]

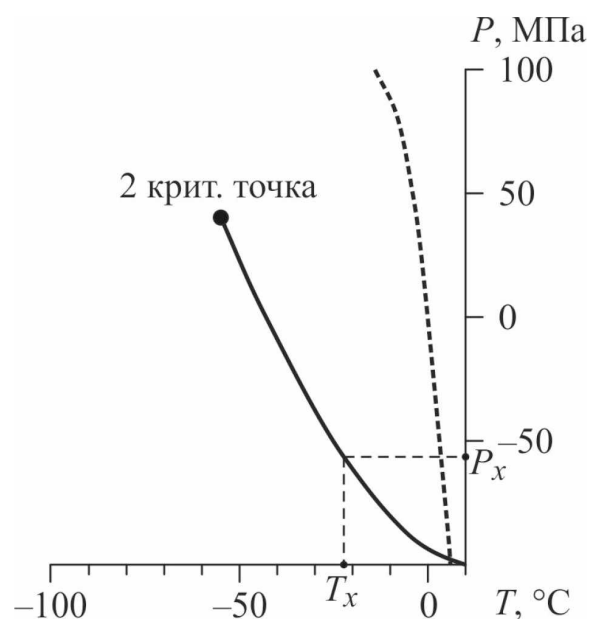
*Причина аномалий физических свойств воды.* В настоящее время установлено, что структура воды определяется двумя её видами — LDL (low density liquid) воды низкой плотности и HDL (high density liquid) воды высокой плотности [13; 20]. Структуры этих видов воды непрерывно переходят друг в друга и неразрывно связаны между собой. Их концентрация зависит от температуры, их взаимодействие определяет аномалии характеристик воды, в том числе аномалии около  $0^{\circ}\text{C}$  и существование второй критической точки. С другой стороны, параметры второй критической точки воды и их особенности на линии Видома можно использовать для объяснения свойств воды при температурах  $0 \dots 4^{\circ}\text{C}$ .

Характерным состоянием воды на линии Видома является резкое возрастание флуктуаций плотности и энтропии и, следовательно, энергии кластеров и отдельных молекул. Усиление флуктуаций энергии молекул, с одной стороны, приводит к уменьшению прочности на разрыв, с другой стороны – к росту степени тетраэдричности структуры воды. Это означает, что при приближении к  $0^{\circ}\text{C}$  от более высоких температур падает прочность на разрыв. Однако облегчается и образование кристаллической структуры, которую трудно разрушить тепловым движением, так как

из-за узкой направленности водородных связей требуется одновременно разорвать четыре водородных связи, приходящихся на одну молекулу. Подтверждением данного представления является близость линии Видома и линии температуры гомогенной нуклеации (т. е. температуры, ниже которой жидкая вода не существует даже в метастабильном состоянии) в фазовом пространстве  $P - T$ , что отмечено в работах исследователей [11].

*Следствие гипотезы.* Если необычные свойства воды в области температур  $-70 \dots 4^\circ\text{C}$  определяются флуктуациями, то понятно возрастание коэффициентов изотермической сжимаемости и объёмного расширения при приближении к линии Видома. В случае, если бы она находилась в области более высоких температур, то это привело бы к существенному изменению физико-химических характеристик воды, в том числе сдвигу температуры фазового перехода «жидкая вода – лед», в область положительных температур.

Эта особенность известна для отрицательного давления, которое можно создать при гидростатическом растяжении воды, например, в капиллярах. На рис. 2 приведена фазовая диаграмма воды в области отрицательных давлений по результатам интерпретации работ учёных [1; 11; 17]. Из диаграммы следует, что при отрицательном давлении, например  $P_x$  (рис. 2), температура образца воды на линии Видома ( $T_x$ ) может быть существенно выше  $-45^\circ\text{C}$ . При приближении к  $-100$  МПа она может достигать  $0^\circ\text{C}$ .



**Рис. 2.** Фазовая диаграмма объёмной метастабильной воды в области линии Видома при положительных и отрицательных давлениях [1; 11; 17]

**Fig. 2.** Phase diagram of volumetric metastable water in the region of the Widoma line at positive and negative pressures [1; 11; 17]



Отрицательное давление в воде можно получить при помещении её в тонкие цилиндрические поры с гидрофильными поверхностями. Из-за образования вогнутых менисков в воде создаётся гидростатическое растяжение, то есть отрицательное давление. Оценим величину отрицательного давления, возникающего в цилиндрической поре по формуле Лапласа:  $P = 2\sigma/R$ , где  $\sigma$  – поверхностное натяжение,  $R$  – радиус поры;  $\sigma$  воды при  $0^\circ\text{C}$  составляет  $0,0075\text{ Н/м}$ , тогда для поры с  $R = 2\text{ нм}$   $P \approx -100\text{ МПа}$ . Таким образом, высокое отрицательное давление, приводящее к значительному температурному сдвигу положения линии Видома, может быть достигнуто в порах сорбентов с цилиндрическими порами (например, SBA-15, MCM-41).

Однако низкая прочность на разрыв может приводить к образованию множества мелких фрагментов жидкости в поре, но давление в них будет оставаться отрицательным, так как поверхностное натяжение не исчезает, по крайней мере, при охлаждении воды до  $-22^\circ\text{C}$  [7].

Сдвиг линии Видома до положительных температур должен сопровождаться существенным изменением как физических свойств увлажнённых дисперсных сред, так и их химических особенностей.

**Выводы.** 1. Аномалии холодной воды определяются флуктуациями плотности и энтропии, которые проявляются при нормальном атмосферном давлении в виде нелинейных зависимостей характеристик воды в интервале температур  $-70 \dots +4^\circ\text{C}$ . В средней части этого интервала флуктуации достигают максимума (на линии Видома), где в случае идеальной переохлаждённой метастабильной воды, согласно теоретическим исследованиям, должна наблюдаться сингулярность. В сингулярной точке необходимо резкое возрастание ряда физических величин, что наблюдали экспериментально при приближении к ней для теплоёмкости при постоянном давлении, изотермической сжимаемости, объёмном растяжении. Однако это условие не выполняется из-за кристаллизации объёмной воды.

2. Глубокое переохлаждение экспериментально получено для воды в порах нанометровых размеров. В некоторых случаях, например, для силикатных сорбентов только 1–2 поверхностных слоёв сильно связаны с поверхностью поры, остальные близки по структуре к объёмной метастабильной воде. В случае, если поры имеют цилиндрическую форму, в поровой воде будет возникать отрицательное давление, которое приводит к сдвигу линии Видома в область более высоких температур, вплоть до  $0^\circ\text{C}$ .

3. Сдвиг линии Видома приведёт к росту флуктуаций энтропии, плотности, энергии молекул воды и аномалиям термодинамических и электрофизических характеристик пористой увлажнённой среды в области температур заметно выше  $-45^\circ\text{C}$ . Эти эффекты будут зависеть от геометрических и адсорбирующих характеристик пор. То же относится к химическим процессам в порах с участием воды.

#### Список литературы

1. Анисимов М. А. Холодная и переохлаждённая вода как необычный сверхкритический флюид // Сверхкритические флюиды: Теория и практика. 2012. Т. 7, № 2. С. 19–37.

2. Базарон У. Б. Низкочастотная сдвиговая упругость жидкостей. Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2000. 166 с.
3. Балханов В. К., Башкуев Ю. Б. О возникновении конвективного тороидального вихря в воде Байкала // Журнал технической физики. 2013. Т. 83, вып. 11. С. 34–38.
4. Бордонский Г. С., Крылов С. Д. О природе кольцевых образований на спутниковых снимках ледяного покрова озера Байкал // Исследование Земли из космоса. 2014. № 4. С. 27–31.
5. Виноградов В. В. Исследование вскипания перегретых растянутых жидкостей: автореф. . . . д-ра физ.-мат. наук: 01.04.14. Екатеринбург, 2006. 43 с.
6. Родионова Н. В. Наблюдение кольцевых структур на льду озера Байкал с помощью спутников Sentinel-1 и Sentinel-2 весной 2016–2018 гг. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2019. Т. 16, № 4. С. 213–221.
7. Старостин Е. Г., Лебедев М. П. Свойства связанной воды в дисперсных породах. Часть 1. Вязкость, диэлектрическая проницаемость, плотность, теплоёмкость // Криосфера Земли. 2014. Т. 18, № 3. С. 46–54.
8. Старр В. П. Физика явлений с отрицательной вязкостью. М.: Мир, 1971. 130 с.
9. Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980. 405 с.
10. Хейурд А. Отрицательные давления в жидкостях: как заставить их служить человеку? // Успехи физических наук. 1972. Т. 108, вып. 2. С. 303–317.
11. Abascal J. L. F., Vega C. Widom Line and the liquid-liquid critical point for the TIP4P/2005 water model // Journal of Chemical Physics. 2010. Vol. 133. P. 234502-1/8.
12. Alvarenga A. D., Grimsditch M. Elastic properties of water under negative pressure // Journal of Chemical Physics. 1993. Vol. 98. No. 11. P. 8392–8396.
13. Angell C. A. Supercooled water – two phases? // Nature Materials. 2014. Vol. 13. P. 637–675.
14. Angell C. A., Ogumi M., Sichina W. J. Heat capacity of water at extremes of supercooling and superheating // Journal of Physical Chemistry. 1982. Vol. 86. P. A998–1002.
15. Bridde J. W., Holten V., Anisimov M. A. Behavior of supercooled aqueous solution stemming from hidden liquid-liquid transition in water // Journal of Chemical Physics. 2014. Vol. 141. Is. 7. P. 074504-1/10.
16. Briggs L. J. Limiting negative pressure of water // Journal of Applied Physics. 1950. Vol. 21. P. 721–722.
17. Caupin F. Escaping the no man’s land: Recent experiments on metastable liquid water // Journal of Non-Crystalline Solids. 2015. Vol. 407. P. 441–448.
18. Chaplin M. Water structure and science. URL: <http://www.lsbu.ac.uk/water/chaplin.html> (дата обращения: 26.02.2020). Текст электронный.
19. Franzese G., Stanly H. E. The Widom line of supercooled water // Journal of Physics. Condensed Matter. 2007. Vol. 19. Is. 20. P. 205126 -1/16.
20. Gallo P., Amann-Winkel K., Angell C. A., Anisimov M. A., Caupin F., Chakravarty C., Lascaris E., Loerting T., Panagiotopoulos A. Z., Russo J., Sellberg J. A., Stanley H. E., Tanaka H., Vega C., Xu L., Pettersson L. G. M. Water: A tale of two liquids // Chemical Reviews. 2016. Vol. 116. No. 13. P. 7463-7500.
21. Hundle P. H., Loerting T., Scortino F. Supercooled and glassy water: Metastable liquid(s), amorphous solid(s), and no-man’s land // Proceedings of the National Academy of Sciences USA. 2017. Vol. 114. No 51. P. 13336-1/4.

22. Mishima O. Volume of supercooled water under pressure and liquid-liquid critical point // Journal of Chemical Physics. 2010. Vol. 133. No. 14. P. 144503-1/6.

23. Speedy R. J., Angell C. A. Isothermal compressibility of supercooled water and evidence for thermodynamic singularity at  $-45\text{ C}$  // The Journal of Chemical Physics. 1976. Vol. 65. No. 3. P. 851–858.

24. Xu L.M., Kumar P., Buldyrev S. V., Chen S. H., Pool P. H., Scortino F., Stanley H. E. Relation between the Widom line and the dynamic crossover in system with liquid-liquid phase transition // Proceeding of the National Academy of Sciences USA. 2005. Vol. 102. No. 46. P. 16558-1/4.

*Статья поступила в редакцию 10.05.2020; принята к публикации 3.06.2020*

#### **Библиографическое описание статьи**

*Бордонский Г. С.* Особенности физических характеристик воды вблизи нуля градусов Цельсия // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 15, № 3. С. 85–93. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-85-93.

*Georgy S. Bordonskiy,*

*Doctor of Physics and Mathematics,*

*Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology*

*Siberian Branch, Russian Academy of Sciences*

*(16a Nedorezova st., Chita, 672014, Russia),*

*e-mail: lgc255@mail.ru*

*ORCID 0000-0002-0009-0822*

### **Features of the Physical Characteristics of Water Near Zero Degrees Celsius<sup>1</sup>**

The article considers the physical characteristics of water near  $0^{\circ}\text{C}$ . This question is important because the characteristics of liquid water in the region of  $0...4^{\circ}\text{C}$  undergo sharp changes. It is assumed that this behavior of the physical properties of water is associated with the influence of its second critical point, located at a temperature of  $-53^{\circ}\text{C}$  and a pressure of 100 MPa. From this point in the pressure-temperature phase diagram, the Widom line emanates, on which fluctuations in density and entropy increase sharply. It is assumed that fluctuations of thermodynamic quantities determine the anomalies in the physicochemical characteristics of water, including in the region of negative pressures. Negative pressures can exist in the pores of hydrophilic sorbents. The found Widom line at negative pressures in the limiting case can reach  $0^{\circ}\text{C}$ .

**Keywords:** cold water, the second critical point, Widom line, anomalies water characteristics

---

<sup>1</sup>This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project No. 18-05-00085 "Influence of the second critical point of water on physicochemical properties of cryospheric formations".

*Translit*

1. Anisimov, M. A. Holodnaya i pereohlazhdyonnaya voda kak neobychnyj sverhkriticheskij flyuid // Sverhkriticheskie flyuidy: Teoriya i praktika. 2012. T. 7, № 2. S. 19–37.
2. Bazarov, U. B. Nizkochastotnaya sdvigovaya uprugost' zhidkostej. Ulan-Ude: Izd-vo BNC SO RAN, 2000. 166 s.
3. Balhanov, V. K., Bashkuev, Yu. B. O vozniknovenii konvektivnogo toroidal'nogo vihrya v vode Bajkala // ZHurnal tekhnicheskoy fiziki. 2013. T. 83, vyp. 11. S. 34–38.
4. Bordonskij, G. S., Krylov, S. D. O prirode kol'cevyyh obrazovaniy na sputnikovyyh snimkah ledyanogo pokrova ozera Bajkal // Issledovanie Zemli iz kosmosa. 2014. № 4. S. 27–31.
5. Vinogradov, V. V. Issledovanie vskipaniya peregretyh rastyanutyh zhidkostej: avtoref. ... d-ra fiz.-mat. nauk: 01.04.14. Ekaterinburg, 2006. 43 s.
6. Rodionova, N. V. Nablyudenie kol'cevyyh struktur na l'du ozera Bajkal s pomoshch'yu sputnikov Sentinel-1 i Sentinel-2 vesnoj 2016–2018 gg. // Sovremennye problemy distancionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa. 2019. T. 16, № 4. S. 213–221.
7. Starostin, E. G., Lebedev, M. P. Svoystva svyazannoy vody v dispersnyh porodah. Chast' 1. Vyazkost', dielektricheskaya pronicaemost', plotnost', teployomkost' // Kriosfera Zemli. 2014. T. 18, № 3. S. 46–54.
8. Starr, V. P. Fizika yavlenij s otricatel'noj vyazkost'yu. M.: Mir, 1971. 130 s.
9. Haken, G. Sinergetika. M.: Mir, 1980. 405 s. 10. Hejuord, A. Otricatel'nye davleniya v zhidkostyah: kak zastavit' ih sluzhit' cheloveku? // Uspekhi fizicheskikh nauk. 1972. T. 108, vyp. 2. S. 303–317.
11. Abascal, J. L. F., Vega, C. Widom Line and the liquid-liquid critical point for the TIP4P/2005 water model // Journal of Chemical Physics. 2010. Vol. 133. P. 234502-1/8.
12. Alvarenga, A. D., Grimsditch, M. Elastic properties of water under negative pressure // Journal of Chemical Physics. 1993. Vol. 98. No. 11. P. 8392–8396.
13. Angell, C. A. Supercooled water – two phases? // Nature Materials. 2014. Vol. 13. P. 637–675.
14. Angell, C. A., Ogumi, M., Sichina, W. J. Heat capacity of water at extremes of supercooling and superheating // Journal of Physical Chemistry. 1982. Vol. 86. P. A998–1002.
15. Bridde, J. W., Holten, V., Anisimov, M. A. Behavior of supercooled aqueous solution stemming from hidden liquid-liquid transition in water // Journal of Chemical Physics. 2014. Vol. 141. Is. 7. P. 074504-1/10.
16. Briggs, L. J. Limiting negative pressure of water // Journal of Applied Physics. 1950. Vol. 21. P. 721–722.
17. Caupin, F. Escaping the no man's land: Recent experiments on metastable liquid water // Journal of Non-Crystalline Solids. 2015. Vol. 407. P. 441–448.

18. Chaplin, M. Water structure and science. URL: <http://www.lsbu.ac.uk/water/chaplin.html> (data obrashcheniya: 26.02.2020). Tekst elektronnyj.
19. Franszese, G., Stanly, H. E. The Widom line of supercooled water // Journal of Physics. Condensed Matter. 2007. Vol. 19. Is. 20. P. 205126 -1/16.
20. Gallo, P., Amann-Winkel, K., Angell, C. A., Anisimov, M. A., Caupin, F., Chakravarty, C., Lascaris, E., Loerting, T., Panagiotopoulos, A. Z., Russo, J., Sellberg, J. A., Stanley, H. E., Tanaka, H., Vega, C., Xu, L., Pettersson, L. G. M. Water: A tale of two liquids // Chemical Reviews. 2016. Vol. 116. No. 13. P. 7463-7500.
21. Hundle, P. H., Loerting, T., Scortino, F. Supercooled and glassy water: Metastable liquid(s), amorphous solid(s), and no-man's land // Proceedings of the National Academy of Sciences USA. 2017. Vol. 114. No 51. P. 13336-1/4. (In Engl.)
22. Mishima O. Volume of supercooled water under pressure and liquid-liquid critical point // Journal of Chemical Physics. 2010. Vol. 133. No. 14. P. 144503-1/6. (In Engl.)
23. Speedy R. J., Angell C. A. Isothermal compressibility of supercooled water and evidence for thermodynamic singularity at -45 C // The Journal of Chemical Physics. 1976. Vol. 65. No. 3. P. 851-858.
24. Xu, L.M., Kumar, P., Buldyrev, S. V., Chen, S. H., Pool, P. H., Scortino F., Stanley H. E. Relation between the Widom line and the dynamic crossover in system with liquid-liquid phase transition // Proceeding of the National Academy of Sciences USA. 2005. Vol. 102. No. 46. P. 16558-1/4.

*Received: May 10, 2020; accepted for publication June 13, 2020*

#### **Reference to article**

*Bordonskiy G. S.* Features of the Physical Characteristics of Water Near Zero Degrees Celsius // Scholarly Notes of Transbaikal State University. 2020. Vol. 15, No. 3. PP. 85-93. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-85-93.

УДК 53

DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-94-101

**Владимир Борисович Венславский,**  
кандидат физико-математических наук, доцент,  
Забайкальский государственный университет  
(672039, Россия, г. Чита, ул. Александрo-Заводская, 30),  
e-mail: [venslav-vb@mail.ru](mailto:venslav-vb@mail.ru)  
ORCID: 0000-0002-0174-0612

### Предложения для внесения поправок в стандарт по электротехнике

Термины и понятия ГОСТ Р 52002-2003 через каждые десять лет подвергаются обсуждению и утверждению в исходной или новой редакции. Для новой редакции статей стандарта предлагается ряд уточнений терминов и определений следующих понятий: полный ток, электрическое напряжение, электродвижущая сила, источник электропитания, источник тока, источник напряжения, источник электрической энергии, вольтамперная характеристика, внешняя характеристика, нагрузочная характеристика. Предложена следующая формулировка терминов физических величин и математических моделей: ток (сила тока); напряжение (на участке цепи); напряжение холостого хода; внешняя характеристика нагруженного источника; нагрузочная характеристика.

**Ключевые слова:** электрический ток, электрическое напряжение, электродвижущая сила, источник электрической энергии, вольтамперная характеристика, внешняя характеристика, нагрузочная характеристика

**Введение.** Постановлением Госстандарта России от 9 января 2003 г. № 3-ст принят и введён в действие «ГОСТ Р 52002-2003 Электротехника» (основные термины и понятия), в котором ряд терминов и понятий, принятых «ГОСТ 19880-74 Электротехника», изменён и дополнен новыми [3; 4]. В действующий стандарт при очередном продлении требуется, на наш взгляд, внести дополнения и уточнения некоторых терминов и понятий.

При формировании системы терминов и понятий принято отличать имя реального предмета или явления, как «предмета мысли из мира вещей», от имени *физической величины*, введённой для описания различных моделей, как «предмет мысли из мира идей» [2–4]. На первое место при формировании статей ГОСТ разработчики традиционно ставят статью введения термина и определения понятия для реальных предметов и явлений («мир вещей»). Для описания «предмета мысли из мира вещей»

в ГОСТ 19880-74 введён термин *резистор*, а термин *электрическое сопротивление* эксперты оставили за *физической величиной* [5].

**Электрический ток.** Термин *электрический ток проводимости* в ст. 40 ГОСТ 19880-74 обозначает предмет мысли реального «мира вещей», а при именовании *физической величины* в ст. 41 принято использовать термин *ток проводимости* (ранее во всех учебниках и словарях применялся термин «сила тока») [5]. В примечании 41-й статьи сказано, что «широко применяется термин *сила тока проводимости*» [Там же]. В ГОСТ Р 53002-2003 произошли изменения: в 8-й статье термин *электрический ток* определён как явление (из термина удалено слово «...проводимости»); в ст. 43–47 «(электрический) ток ...» определяется как явление [6]. В ст. 48 для именовании *физической величины* разработчиками стандарта введён термин «(полный) ток», т. е. «предмет мысли мира идей» (без упоминания о «силе тока») [6]. По сложившейся практике термин «ток» используется для описания *физической величины*, хотя, часто приходится уточнять, что речь идёт о *силе тока*. Для *физической величины* следует, с нашей точки зрения, ввести в необязательную часть ранее используемый термин – *ток (сила тока)*.

Среди используемых в электротехнике *физических величин*, как известно, выделены *основные параметры* – это *ток (сила тока)* и *напряжение* как предметы мысли из «мира идей». В настоящей редакции стандарта *электрический ток* – это явление, а *электрическое напряжение* – это только *физическая величина* («мир идей»), что вызывает, с нашей точки зрения, противоречия, которые можно объяснить двойственностью этого понятия [2]. Двойственность подтверждается в определении понятия «*электричество* – совокупность физических явлений, связанных с движением и взаимодействием заряженных тел или частиц» [4; 7].

**Электрическое напряжение.** Термин *электрическое напряжение (напряжение)* введён авторами 26-й статьи ГОСТ 19880-74 для *физической величины* и определён как «скалярная величина...» [5]. В ст. 29 ГОСТ Р 53002-2003 для именовании *физической величины* авторами предлагается термин «(электрическое) напряжение» [6]. Понятие *электрическое напряжение*, с нашей точки зрения, включает и совокупность явлений – движение материи при подключении *источника электропитания*, результатом которого является возникновение на заданном участке цепи электрического поля значимой интенсивности («мир вещей»). За явлением, с нашей точки зрения, можно закрепить термин *электрическое напряжение*, а за *физической величиной* – *напряжение (падение напряжения)* по аналогии с предложенным уточнением термина *ток (сила тока)* [7]. Возникновение *электрического напряжения* на участке цепи первично по отношению к электрическому току и является основой *взаимосвязи дуальных физических величин* – *напряжения* и *тока* в моделях Ома.

**Электродвижущая сила.** Проблема двойственности при стандартизации, на наш взгляд, относится и к термину и понятию *электродвижущая сила (ЭДС)*. В

статье 28 ГОСТ Р 53002-2003 (как и в предшествующем ГОСТ 19880-74) используется определение ЭДС как физической величины: «ЭДС – это скалярная величина, характеризующая способность стороннего поля и индуцированного электрического поля вызывать электрический ток» [5; 6]. Авторы статьи 28 ГОСТ Р 53002-2003 продлили сомнительные термины и понятия в ст. 21 и 22 – *сторонняя сила* и *стороннее поле* [6]. Называть сторонним полем реально возникающее *электрическое поле в источнике электропитания*, полагаем, нецелесообразно, тем более, вводить в ГОСТ беспрототипное понятие и термин – *сторонняя сила*. Эти два термина, с нашей точки зрения, следует исключить из статей стандарта, тем более, что понятие ЭДС можно определить через понятие *внешняя характеристика* [2]. Понятие ЭДС как *физической величины*, на наш взгляд, можно трактовать через предельное значение *внешней характеристики*, соответствующее режиму холостого хода и однозначно определяемое *напряжением холостого хода* [Там же]. Наше предложение заключается в том, чтобы системный термин и понятие ЭДС рекомендовать экспертному сообществу в качестве предмета мысли реального явления, а за *физической величиной* закрепить термин *напряжение холостого хода*.

Под ЭДС авторы текстов часто понимают именно реальное явление – возникновение динамического равновесия скопившихся носителей электрических зарядов в результате индукции или контактных явлений на границе различных веществ (металлов, металл-электролитов, металл-полупроводников, полупроводников, стратифицированных потоков газовых смесей). Процесс переноса стабилизируется под действием препятствующего электрического поля, возникающего в результате скопления этих носителей [Там же]. Для именованного индуцированного электрического поля при движении проводника в магнитном поле к термину принято добавлять – *ЭДС индукции*. За устоявшимся термином и понятием ЭДС можно, полагаем, закрепить предмет мысли из «мира вещей»: ЭДС – явление движения и преобразование материи, приводящее в результате индукции или контактных явлений на границе различных веществ к разделению и скоплению противоположно заряженных носителей и к их динамическому равновесию под действием образуемого электрического поля, препятствующего процессу переноса. Явление возникновения ЭДС характеризуется переходом различных видов энергии в энергию электрического поля, противодействующего процессу переноса носителей заряда.

**Вольтамперная характеристика.** Моделирование резистивных элементов электрических цепей принято осуществлять отношением взаимосвязанных основных параметров (тока и напряжения) с помощью *вольтамперной характеристики (ВАХ)*. В 87-й статье ГОСТ 19880-74 и 93-й статье ГОСТ Р 52002-2003 определения ВАХ отличаются: «зависимость *напряжения* на зажимах элемента электрической цепи от *тока* в нём»; «зависимость *электрического напряжения* на зажимах элемента электрической цепи от *электрического тока* в нём» [5; 6]. В ГОСТ 19880-74,



на наш взгляд, в «зависимость» ставятся физические величины, и это правильно, т. к. электрический ток как реальный процесс не может быть изображён на графике. Определение понятия ВАХ должно, мы считаем, начинаться со слов *математическая модель*, а вместо слова «зависимость» должно использоваться – *взаимосвязь физических величин* [2–4]. Наше предложение формулировки понятия: «ВАХ – это математическая модель резистивного прибора или его ветви, отражающая в графической форме взаимосвязь *тока и напряжения*». Это компонентное понятие относится к математическим моделям различных *источников электропитания*.

**Источник электрической энергии.** В ГОСТ Р 52002-2003 основных терминов и понятий следует, полагаем, включить термин *источник электропитания* и определиться с понятием – *источник электрической энергии* как с «предметом мысли мира идей» или устранить его из определений [2–4]. В ст. 119 ГОСТ Р 52002-2003 понятие *источник электрической энергии* причислено к «предмету мысли мира вещей»: «Активная электрическая цепь – электрическая цепь, содержащая источники электрической энергии» [6]. Определение понятия *источник электрической энергии* как реального элемента электрической цепи используется и во всех (более 11) стереотипных изданиях учебника (А. С. Касаткин, М. В. Немцов) «Электротехника»: «Рассмотрим источник электрической энергии на примере гальванического элемента». Если опираться на эту трактовку понятия, то термин «источник электрической энергии» обозначает реальный прибор («предметы мысли мира вещей»), хотя в термине слово *энергия* – это *физическая величина*. С нашей точки зрения, термин *источник электрической энергии* – это модель («мир идей») *источника электропитания*, которая должна использоваться только для именованя элементов в *схемах замещения* и для их математических моделей, как и специальные термины и понятия теории электрических цепей: *источник тока* и *источник напряжения* [2; 3, с. 85]. В тексте статьи 119 стандарта вместо термина *источник электрической энергии*, на наш взгляд, следует ввести термин *источник электропитания*.

**Внешняя характеристика.** Существенной проблемой, с нашей точки зрения, является формулировка термина и определение понятия ст. 121 ГОСТ Р 52002-2003: «внешняя характеристика (источника электрической энергии) – зависимость между электрическим напряжением на выводах источника электрической энергии и электрическим током в нём» [6]. Необязательная часть термина авторами 121-й статьи искажена, т. к. классический системный термин в первоисточниках именовался как *внешняя характеристика нагруженного источника (ВХНИ)* [6]. Искажение необязательной части термина привело к переходу от модели системы *источник-приёмник* к компонентной модели *источник электрической энергии*, для которой уже существует математическая модель – это ВАХ [1; 2]. Определение понятия в 121-й статье повторяет формулировку ВАХ, что также не соответствует, с нашей точки зрения, представлению модели системы, заложенной в классическом издании теоретических

основ электротехники [6]. Такую ошибочную, с нашей точки зрения, трактовку понятия, перешедшую в устойчивое заблуждение, ранее допустили авторы учебника «Электротехника» (А. С. Касаткин, М. В. Немцов, 2008. С. 31): «Схема замещения линейного двухполюсника определяется его линейной вольт-амперной характеристикой или внешней характеристикой  $U(I)$ ». Авторы текста учебника и 121-й статьи ГОСТ Р 52002-2003 приравняли понятия ВАХ и ВХНИ – это, на наш взгляд, ошибка, перешедшая в заблуждение [1; 2]. Считаем, что термин в ГОСТ Р 52002-2003 должен быть представлен в традиционной формулировке с выделением необязательной части – *внешняя характеристика (нагруженного источника)* [2; 6]. Нами сформулировано предложение для определения понятия: *внешняя характеристика (нагруженного источника)* – математическая модель цепи *источник-приёмник*, представляющая геометрическое место возможных режимов. Область определения графика ВХНИ в вольтамперной системе координат – это первый квадрант, в отличие от ВАХ в режиме генерации – четвёртый квадрант. Единственная общая точка на графике для этих системной и компонентной моделей – это *режим холостого хода*. Построение ВХНИ может быть реализовано двумя методами: экспериментальным методом измерения тока и напряжения при изменении сопротивления *внешней нагрузки*; методом *опрокинутой характеристики* – преобразованием по модулю графика ВАХ источника в режиме генерации (или принятой линейной модели) из четвёртого в первый квадрант [1; 2]. При построении математической модели цепи *источник-приёмник* в графической форме разработчику требуется, как известно, построить ВХНИ и ВАХ внешней нагрузки через точку заданного режима [2]. В большинстве задач в качестве *источников электропитания* используются гальванические аккумуляторы или стабилизаторы напряжения, выходное сопротивление которых на малых нагрузках можно не учитывать и применять модель *идеального источника напряжения* [2]. Преобразование по модулю из 4-го квадранта ВАХ идеального источника напряжения в режиме регенерации позволяет построить ВХНИ – вертикальную линию в первом квадранте [Там же]. Исправление термина и замена определения понятия 121-й статьи позволит, на наш взгляд, установить различие между моделями ВАХ и ВХНИ и устранить заблуждение.

**Нагрузочная характеристика.** Полнаем, что в ГОСТ Р 52002-2003 следует добавить статью для термина и определения понятия *нагрузочная характеристика*, широко используемого при математическом моделировании в графической форме транзисторных цепей. Нагрузочную характеристику принято находить, ориентируясь на точки пересечения с осями напряжения и тока путём мысленных экспериментов, называемых «опыт холостого хода» и «опыт короткого замыкания» [3, с. 97]. Для определения понятия *нагрузочная характеристика* следует применить термин *внешняя характеристика нагруженного эквивалентного источника*. Термин *нагрузочная характеристика* (иногда называют *линия нагрузки*) широко используется в

отечественных и зарубежных публикациях для построения математических моделей цепей, в которых во внешней цепи более одного элемента, например, для «делителя напряжения». Элемент *внешней* цепи, к которому предусмотрено подключать *нагрузку*, принято называть *рабочим элементом*, а второй – *балластным элементом* ( $R_{\text{БАЛЛАСТ}}$ ). Балластный элемент, как известно, в цепи используется для ограничения напряжения на рабочем элементе и никакого отношения к *нагрузке* не имеет. Термин *нагрузочная характеристика*, между тем, относится именно к *балластному элементу*, который можно виртуально передать в *схему замещения* источника напряжения или идеального источника напряжения – это суть метода эквивалентного источника [2]. Метод эквивалентного источника позволяет свести схему замещения к простому представлению цепи – *эквивалентный источник* и приёмник. Построение математической модели такой цепи-системы в графической форме достигается преобразованием *внешней характеристики* (для *идеального источника напряжения* это вертикаль в первом квадранте из точки режима холостого хода) во *внешнюю характеристику нагруженного эквивалентного источника* [Там же, с. 52]. Эта процедура моделирования методом эквивалентного источника достигается наклоном *внешней характеристики* из точки  $(0; U_{\text{ХХ}})$  на *оси холостого хода* на *ось короткого замыкания* в точку  $(U_{\text{ХХ}} / R_{\text{БАЛЛАСТ}}; 0)$  [2, с. 52]. Полный алгоритм построения математической модели резистивной цепи в графической форме включает: построение ВАХ рабочего элемента; применение метода *опрокинутой характеристики* для построения *внешней характеристики* нагруженного или ненагруженного источника; применение метода эквивалентного источника для построения *внешней характеристики нагруженного эквивалентного источника* [Там же, с. 52–53]. Системное понятие *нагрузочная характеристика* востребовано для построения модели цепи в графической форме, как геометрическое место возможных *режимов эквивалентного источника* напряжения и рабочего элемента. Мы предлагаем в ГОСТ основных терминов и понятий электротехники добавить новую статью в следующей редакции: *нагрузочная характеристика – это внешняя характеристика нагруженного эквивалентного источника.*

В настоящее время в научной и учебной литературе большинство авторов текстов *внешнюю характеристику* называют *вольтамперной характеристикой*, а востребованное при моделировании транзисторных цепей понятие *нагрузочная характеристика* не определено.

При очередной экспертизе действующего ГОСТ Р 52002-2003 Е00. «Электротехника. Термины и определения основных понятий» разработчикам предстоит рассмотреть предложения экспертного сообщества и принять востребованные, на наш взгляд, решения о новой редакции предложенных статей, устранить искажение необязательной части термина и заблуждение в определении понятия *внешняя характеристика*, ввести в состав «основных» терминов и понятие *нагрузочная характеристика*.

*Список литературы*

1. Венславский В. Б. Объём понятия внешняя характеристика и проблемы стандартизации. Чита: ЗабГГПУ, 2011. 14 с. (Деп. в ВИНТИ 25.03.2011 г. № 144-В2011).
2. Венславский В. Б. Моделирование электронных систем источник-приёмник: монография. Чита: ЗабГПУ, 2012. 139 с.
3. Гомоюнов К. К. Транзисторные цепи. СПб.: БХВ-Петербург, 2002. 240 с.
4. Гомоюнов К. К., Кесаманлы М. Ф., Кесаманлы Ф. П. Физика. Толковый словарь школьника и студента / под ред. К. К. Гомоюнова, В. Н. Козлова. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2007. 486 с.
5. ГОСТ Р 19880-74. Группа Е00. Электротехника. Основные понятия. Термины и определения. М.: Госстандарт Совета министров СССР, 1974. URL: <http://www.docs.cntd.ru/document/1200011373> (дата обращения: 18.05.2020). Текст: электронный.
6. ГОСТ Р 52002-2003 Е00. Электротехника. Термины и определения основных понятий (действующий). М.: Госстандарт России, 2013. 31 с. URL: [http://www/docs.cntd.ru/document/1200031279](http://www.docs.cntd.ru/document/1200031279) (дата обращения: 18.05.2020). Текст: электронный.
7. ГОСТ ИЕС 60050-113-2015. М.: Госстандарт России, 2015. Международный электротехнический словарь. Ч. 113. Физика в электротехнике. URL: [http://www/docs.cntd.ru/document/1200031279](http://www.docs.cntd.ru/document/1200031279) (дата обращения: 18.05.2020). Текст: электронный.
8. Круг К. А., Даревский А. И., Зевеке Г. В. Основы электротехники / под ред. К. А. Круга. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1952. 432 с.

*Статья поступила в редакцию 10.06.2020; принята к публикации 13.06.2020*

**Библиографическое описание статьи**

Венславский В. Б. Предложения для внесения поправок в стандарт по электротехнике // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 15, № 3. С. 94–101. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-94-101.

**Vladimir B. Venslavsky,**

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,*

*Transbaikal State University*

*(30, Aleksandro-Zavodskaya st., Chita, 672039, Russia),*

*e-mail: venslav-vb@mail.ru*

*ORCID: 0000-0002-0174-0612*

***Proposals for Amendments in the Standard for Electrical Engineering***

Terms and concepts GOST R 52002-2003 every ten years are subject to discussion and approval in the original or new edition. For the new edition of the articles of the standard, a number of refinement of terms and definitions of the following concepts are proposed: (full) current; electrical voltage, electromotive force, power source, current source, voltage source,

source of electrical energy, volt-ampere characteristics, external characteristic, load characteristic. The following formulation of the terms of physical quantities and mathematical models is proposed: current (current strength); voltage (in the circuit); open circuit voltage; external characteristic of the loaded source; load characteristic.

**Keywords:** electric current, electric voltage, electromotive force, electric energy source, current-voltage characteristic, external characteristic, load characteristic

### ***Translit***

1. Venslavskij, V. B. Ob"yom ponyatiya vneshnyaya harakteristika i problemy standartizacii. CHita: ZabGGPU, 2011. 14 s. (Dep. v VINITI 25.03.2011 g. № 144-V2011).

2. Venslavskij, V. B. Modelirovanie elektronnyh sistem istochnik-priyomnik: monografiya. CHita: ZabGPU, 2012. 139 s.

3. Gomoyunov, K. K. Tranzistornye cepi. SPb.: BHV-Peterburg, 2002. 240 s.

4. Gomoyunov, K. K., Kesamanly M. F., Kesamanly F. P. Fizika. Tolkovyj slovar' shkol'nika i studenta / pod red. K. K. Gomoyunova, V. N. Kozlova. SPb.: Izd-vo Politekhn. un-ta, 2007. 486 s.

5. GOST R 19880-74. Gruppa E00. Elektrotehnika. Osnovnye ponyatiya. Terminy i opredeleniya. M.: Gosstandart Soveta ministrov SSSR, 1974. URL: <http://www.docs.cntd.ru/document/1200011373> (data obrashcheniya: 18.05.2020). Tekst: elektronnyj.

6. GOST R 52002-2003 E00. Elektrotehnika. Terminy i opredeleniya osnovnyh ponyatij (deystvuyushchij). M.: Gosstandart Rossii, 2013. 31 s. URL: <http://www.docs.cntd.ru/document/1200031279> (data obrashcheniya: 18.05.2020). Tekst: elektronnyj.

7. GOST IEC 60050-113-2015. M.: Gosstandart Rossii, 2015. Mezhdunarodnyj elektrotekhnicheskij slovar'. CH. 113. Fizika v elektrotehnike. URL: <http://www.docs.cntd.ru/document/1200031279> (data obrashcheniya: 18.05.2020). Tekst: elektronnyj.

8. Krug, K. A., Darevskij, A. I., Zeveke, G. V. Osnovy elektrotehniki / pod red. K. A. Kruga. M.; L.: Gosenergoizdat, 1952. 432 s.

***Received: June 10, 2020; accepted for publication June 13, 2020***

### **Reference to article**

*Venslavsky V. B.* Proposals for Amendments in the Standard for Electrical Engineering // Scholarly Notes of Transbaikal State University. 2020. Vol. 15, No. 3. PP. 94–101. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-94-101.

УДК 624.139

DOI: 10.21209/2658-7114-2019-15-3-102-116

**Илья Иосифович Железняк,<sup>1</sup>**

*доктор технических наук,*

*Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН  
(672014, Россия, г. Чита, ул. Недорезова, 16а),*

*e-mail: lgc255@mail.ru*

*ORCID: 0000-0002-5080-8804*

**Игорь Александрович Ивин,<sup>2</sup>**

*инженер,*

*Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН  
(672014, Россия, г. Чита, ул. Недорезова, 16а),*

*e-mail: lgc255@mail.ru*

*ORCID: 0000-0003-3557-4066*

**Александр Александрович Гурулев,<sup>3</sup>**

*кандидат физико-математических наук,*

*Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН  
(672014, Россия, г. Чита, ул. Недорезова, 16а),*

*e-mail: lgc255@mail.ru*

*ORCID 0000-0003-2232-3583*

## **Термоупругая модель криогенного пучения грунта в условиях юга криолитозоны**

На основе анализа результатов экспериментально-теоретических исследований криогенного пучения грунтов обоснована возможность использования теории термоупругости для моделирования напряжённо-деформированного состояния сезонно мёрзлого слоя тонкодисперсного грунта. Представлено решение задачи о математическом моделировании криогенного пучения грунта с известными начальными и граничными условиями. Решение базируется на использовании уравнений связанной теории термоупругости. За основной физический критерий изменения напряженно-деформированного состояния принято изменение естественной влажности грунта. Учёт теплопереноса в предложенной модели осуществляется через коэффициент линейного расширения грунта при пучении. Цель исследования состоит в разработке методики расчёта величин усилий и перемещений грунта, воздействующих на фундаменты сооружений различного назначения.

<sup>1</sup>И. И. Железняк: основной автор, является организатором исследования, формулирует концепцию статьи, проводит анализ данных, формулирует выводы.

<sup>2</sup>И. А. Ивин: проводит совершенствование термоупругой методики расчета криогенного пучения.

<sup>3</sup>А. А. Гурулев: осуществляет расчет деформаций и напряжений криогенного пучения по натурным данным.

**Ключевые слова:** сезонно-талый грунт, криогенное пучение, напряжения, деформации, термоупругость

**Введение.** В криолитозоне Земли на территории России, США, Канады, Китая распространено такое явление, как криогенное пучение тонкодисперсных грунтов, которое выражается в их внутриобъёмном деформировании с увеличением объёма за счёт замерзания поровой воды и образования льда, вызванным сезонным или многолетним промерзанием [9]. Результаты многолетних экспериментально-теоретических исследований криогенного пучения дисперсных грунтов в различных природных условиях, связанные в первую очередь с проблемами строительства, достаточно полно представлены в обобщающих научных монографиях [4; 5; 10–13] и тематических публикациях отечественных, а также зарубежных авторов [18; 19; 21]. Они указывают на сложность многомерной зависимости криогенного пучения промерзающего сезонноталого слоя многолетнемёрзлых дисперсных грунтов от условий его энерго- и массообмена с внешней средой, а также многофакторность процессов внутри самого грунтового массива. Это представляет существенные трудности создания адекватных криогенному пучению грунта физических моделей. Если, кроме того, ставить задачу о создании математической модели, с наибольшей полнотой описывающей все особенности одновременно протекающих в грунтах процессов промерзания, миграции влаги, образования льда, теплообмена, то окажется, что такая задача невыполнима. В частности, это относится к территориям юга криолитозоны, в том числе Забайкалья, отличающимся глубоким сезонным промерзанием талых грунтов и глубоким сезонным оттаиванием-промерзанием высокотемпературных многолетнемёрзлых грунтов, достигающих 4,0 м, где совокупность процессов криогенеза имеет существенные региональные особенности.

Поэтому целесообразно сузить задачу и ставить её, например, для конкретной категории грунтов, фиксированного распределения влажности и температуры. Такая задача представляется решаемой. Следует отметить, что для её решения существенное значение имеют результаты экспериментально-теоретических исследований и моделирования криогенного пучения грунтов [1–3; 16; 17; 22].

Представим решение задачи о математическом моделировании криогенного пучения глубоко промерзающего слоя грунта с известными начальными и граничными условиями с учётом конкретных природных и инженерно-геологических характеристик. Преимуществом подобных частных моделей является возможность проверки их точности сопоставлением с данными натурных измерений на конкретных участках.

В основу именно такого подхода легли результаты наших натурных экспериментальных исследований [5; 10; 13], позволяющие предложить расчётную модель напряжённо-деформированного состояния промерзающего талого и сезонно-талого слоя многолетнемёрзлого дисперсного грунта, основанную на аналогии с некоторыми положениями теории термоупругости.

На принципиальную возможность использования теории термоупругости в задачах, связанных с криогенными процессами, указывал в своё время Ю. К. Зарецкий: «Определение напряжённого поля, вызванного пучением грунта, имеет математическую аналогию с задачами температурных напряжений» [6]. Однако эта возможность не была реализована, что, вероятно, объяснялось недостаточной изученностью особенностей термического режима грунта.

**Теоретическое обоснование.** Рассмотрим некоторые свойства уравнений связанной теории термоупругости включающей одновременно уравнения упругости и теплопроводности. Деформации тела, обусловленные изменением его температуры, представляют собой частный случай вынужденных деформаций.

Рассмотрим элемент упругого тела (например, грунта), находящегося в однородном состоянии простого растяжения (рис. 1). Компоненты напряжений  $\sigma$  при отсутствии массовых сил подчиняются, как известно, дифференциальным уравнениям равновесия:

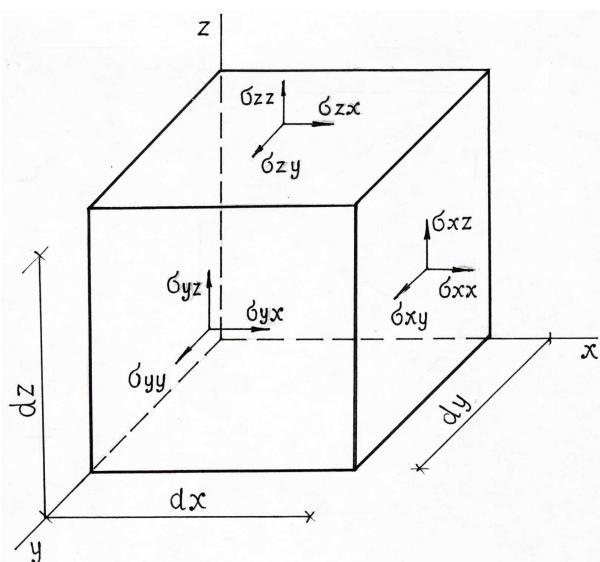


Рис. 1. Элементарный объём упругого тела в условиях простого растяжения

Fig. 1. Elementary volume of an elastic body under simple tension

При этом  $\sigma_{ki} = \sigma_{ik}$ .

Обозначив перемещения элементарного объёма по соответствующим осям  $U_x, U_y, U_z$ , относительные деформации удлинений (сдвигов) запишем в виде

$$2\varepsilon_{ik} = 2\varepsilon_{ki} = \frac{\partial U_k}{\partial i} + \frac{\partial U_i}{\partial k}. \quad (1)$$

Компоненты деформации связаны между собой дифференциальными соотношениями – условиями совместности.

При изменении температуры тела на величину  $T$ , являющуюся в общем случае функцией координат и времени, каждый элементарный кубик, подобный показанному на рис. 1, не встречая сопротивления со стороны соседних таких же элементарных



кубиков, получил бы чисто тепловое расширение. Для идеального случая изотропного тела такое расширение характеризуется следующими компонентами тензора температурной деформации:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx}^{(T)} = \varepsilon_{yy}^{(T)} = \varepsilon_{zz}^{(T)} &= \alpha T, \\ \varepsilon_{xy}^{(T)} = \varepsilon_{yz}^{(T)} = \varepsilon_{zx}^{(T)} &= 0,\end{aligned}\quad (2)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплового расширения.

В сплошном теле свободные деформации элементарных объёмов затруднены; возникающие при этом температурные напряжения подчиняются обобщённому закону Гука

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \mu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})]; & \varepsilon_{xy} &= \frac{\sigma_{xy}}{2G}; & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}; \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \mu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})]; & \varepsilon_{yz} &= \frac{\sigma_{yz}}{2G}; & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G}; \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \mu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})]; & \varepsilon_{xz} &= \frac{\sigma_{zx}}{2G}; & \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G};\end{aligned}\quad (3)$$

$$2G = \frac{E}{1 + \mu},$$

где  $\mu$  – коэффициент Пуассона. Обозначив  $S = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$ , получим:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{1}{2G} \left[ \sigma_{xx} - \frac{\mu}{1 + \mu} S \right]; & \varepsilon_{xy} &= \frac{\sigma_{xy}}{2G}; \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{2G} \left[ \sigma_{yy} - \frac{\mu}{1 + \mu} S \right]; & \varepsilon_{yz} &= \frac{\sigma_{yz}}{2G}; \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{2G} \left[ \sigma_{zz} - \frac{\mu}{1 + \mu} S \right]; & \varepsilon_{zx} &= \frac{\sigma_{zx}}{2G}.\end{aligned}\quad (4)$$

Поскольку полная деформация складывается из температурных деформаций (3) и деформаций (5). Окончательный вид выражений будет

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{1}{2G} \left[ \sigma_{xx} - \frac{\mu}{1 + \mu} S \right] + \alpha T; & \varepsilon_{xy} &= \frac{\sigma_{xy}}{2G}; \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{2G} \left[ \sigma_{yy} - \frac{\mu}{1 + \mu} S \right] + \alpha T; & \varepsilon_{yz} &= \frac{\sigma_{yz}}{2G}; \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{2G} \left[ \sigma_{zz} - \frac{\mu}{1 + \mu} S \right] + \alpha T; & \varepsilon_{zx} &= \frac{\sigma_{zx}}{2G}.\end{aligned}\quad (5)$$

Уравнение (6) можно представить через соотношение между суммой нормальных напряжений  $S = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$  и объёмным расширением  $e = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$ , так:

$$e = \frac{1 - 2\mu}{1 + \mu} \frac{S}{2G} + 3\alpha T.\quad (6)$$

Выразим из уравнений (6) и (7) напряжения через деформации:

$$\sigma_{ik} = 2G \left[ \varepsilon_{ik} + \frac{\mu}{1-2\mu} e - \frac{1+\mu}{1-2\mu} \alpha T \right]. \quad (7)$$

Здесь  $\delta_{ik} = 0$ , если  $i \neq k$ ;  $\delta_{ik} = 1$ , если  $i = k$ , т. е. при  $i = k = x$   $\sigma_{xx} = 2G \left[ \varepsilon_{xx} + \frac{\mu}{1-2\mu} e - \frac{1+\mu}{1-2\mu} \alpha T \right]$ ; при  $i = x$ ;  $k = y$   $\sigma_{xy} = 2g\varepsilon_{xy}$  и т. д.

Для решения уравнений (8) находим производные по  $k$ :

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial k} = 2G \left[ \frac{\partial \varepsilon_{ik}}{\partial k} + \frac{\mu}{1-2\mu} \frac{\partial e}{\partial k} \delta_{ik} - \frac{1+\mu}{1-2\mu} \alpha \frac{\partial T}{\partial k} \delta_{ik} \right], (k = x; y; z). \quad (8)$$

Так как из (2) следует, что  $\varepsilon_{ki} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial U_k}{\partial i} + \frac{\partial U_i}{\partial k} \right]$ , то

$$\sum_k \frac{\partial \varepsilon_{ik}}{\partial k} = \frac{1}{2} \sum \frac{\partial^2 U_i}{\partial i \partial k} + \frac{1}{2} \sum \frac{\partial^2 U_k}{\partial k^2} = \frac{1}{2} \nabla^2 U_i + \frac{1}{2} \frac{\partial e}{\partial i}, \quad (9)$$

где  $\nabla^2 U_i$  – оператор Лапласа.

Поскольку при  $k \neq i$   $\delta_{ik} = 0$ , а при  $k = i$   $\delta_{ik} = 1$ , то  $\frac{\mu}{1-2\mu} \sum \frac{\partial e}{\partial k} \delta_{ik}$  и  $\frac{1+\mu}{1-2\mu} \alpha \sum \frac{\partial T}{\partial k} \delta_{ik}$  принимают соответственно значения  $\frac{\mu}{1-2\mu} \frac{\partial e}{\partial i}$ ;  $\frac{1+\mu}{1-2\mu} \alpha \frac{\partial T}{\partial i}$ .

Для выражения (9) справедливы уравнения равновесия (1); кроме того, с помощью (9) получаем для перемещений систему трёх уравнений с тремя неизвестными в частных производных

$$\nabla^2 U_i + \frac{1}{1-2\mu} \frac{\partial e}{\partial i} - \frac{2(1+\mu)}{1-2\mu} \alpha \frac{\partial T}{\partial i} = 0, \quad (10)$$

где, например, при  $i = x$

$$\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} + \frac{1}{(1-2\mu)} \frac{\partial e}{\partial x} = \frac{2(1+\mu)}{(1-2\mu)} \alpha \frac{\partial T}{\partial x}.$$

В уравнении (11) член  $\frac{2(1+\mu)}{(1-2\mu)} \alpha \frac{\partial T}{\partial x}$  занимает место компонента объёмных сил в общих уравнениях равновесия, а члены  $\nabla^2 U_i$ ;  $\frac{1}{(1-2\mu)} \frac{\partial e}{\partial x}$  занимают места компонент поверхностных сил. Перемещения  $U_{xx}$ ;  $U_{yy}$ ;  $U_{zz}$ , вызываемые изменением температуры  $\partial T$ , совпадают с перемещениями, вызываемыми объёмными силами:

$$X = -\alpha \frac{E}{1-2\mu} \frac{\partial T}{\partial x}; \quad Y = -\alpha \frac{E}{1-2\mu} \frac{\partial T}{\partial y}; \quad Z = -\alpha \frac{E}{1-2\mu} \frac{\partial T}{\partial z}; \quad (11)$$

при поверхностном равномерно распределенном давлении:

$$p = \frac{\alpha E \Delta T}{1-2\mu}. \quad (12)$$

Таким образом, температурные напряжения должны удовлетворять уравнениям равновесия и соответствующим граничным условиям. Вводя величину термоупругого

потенциала перемещений  $\Phi$ , такого, что  $U_i = \frac{\partial\Phi}{\partial i}$ , приводим к виду:

$$\frac{1-\mu}{1-2\mu} \frac{\partial}{\partial i} \nabla \Phi - \frac{1-\mu}{1-2\mu} \alpha \frac{\partial T}{\partial i} = 0. \quad (13)$$

Уравнение (14) будет удовлетворяться, если положить

$$\nabla \Phi = \frac{1+\mu}{1-\mu} \alpha \Delta T, \quad (14)$$

т. е. если  $\Phi$  удовлетворяет уравнению Пуассона. Выражение  $U_i = \frac{\partial\Phi}{\partial i}$  является ничем иным, как компонентами перемещений; в соответствии с (2) деформации будут:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}; & \varepsilon_{xy} &= \frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y}; \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}; & \varepsilon_{yz} &= \frac{\partial^2\Phi}{\partial y\partial z}; \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}; & \varepsilon_{zx} &= \frac{\partial^2\Phi}{\partial z\partial x}, \end{aligned} \quad (15)$$

а на основании (8) соответствующие им составляющие напряжений

$$\sigma_{ik} = 2G \left[ \frac{\partial^2\Phi}{\partial i\partial k} - \nabla^2\Phi \delta_{ik} \right], \text{ т. е.}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -2G \left[ \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \right]; & \sigma_{xy} &= 2G \frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y}; \\ \sigma_{yy} &= -2G \left[ \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \right]; & \sigma_{yz} &= 2G \frac{\partial^2\Phi}{\partial y\partial z}; \\ \sigma_{zz} &= -2G \left[ \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} \right]; & \sigma_{zx} &= 2G \frac{\partial^2\Phi}{\partial z\partial x}. \end{aligned} \quad (16)$$

Компоненты перемещений  $U_i = \frac{\partial\Phi}{\partial i}$ , деформаций (16) и напряжений (17) могут быть найдены, если разрешить относительно  $\Phi$  уравнение Пуассона (15). Общее решение такого уравнения:

$$\Phi = -\frac{(1+\mu)\alpha}{4\pi(1-\mu)} \iiint T(\xi, \eta, \varphi) \frac{1}{r'} d\xi d\eta d\varphi, \quad (17)$$

где  $T(\xi, \eta, \varphi)$  – температура в точке с координатами  $\xi, \eta, \varphi$ ;  $r'$  – расстояние между этой точкой и другой точкой.

Очевидно, что интегрирование по объёму в соответствии с (18) связано со значительными вычислительными трудностями [7], однако современными компьютерными технологиями она решается.

В связи с этим рассмотрим частное решение уравнения (15). Покажем, что любую задачу термоупругости можно свести к задаче о напряжённо-деформированном состоянии того же тела при постоянной температуре без объёмных сил.

Для обоснования аналогии между задачей термоупругости и предлагаемой нами моделью пучения заметим, что в первой из них находятся зависимости между

напряжениями, деформациями и температурой, что мы и показали ранее. Процесс пучения также связан с процессами теплопереноса в массиве грунта, приводящими к промерзанию СТС, и фазовым переходом воды. При этом неизбежно возникновение и действие внутренних объёмных сил за счёт образования порового льда. Именно в этом месте просматривается возможность утверждать об аналогии этого процесса с поведением тела при изменении его температуры. «В нагретом теле возникают такие же перемещения и деформации, как и в ненагретом теле той же формы и материала, если на ненагретое тело действуют эквивалентные объёмные силы, определяемые выражениями (12) и эквивалентные поверхностные нагрузки, определяемые (13) для той части граничной поверхности, где заданы поверхностные нагрузки; на части граничной поверхности, где заданы перемещения, условия для перемещений должны быть одинаковыми» [14].

Поэтому для криогенного пучения грунта введём понятие функции «потенциала перемещений пучения»  $\Phi'$  такой, что

$$U_x = \frac{\partial \Phi'}{\partial x}; \quad U_y = \frac{\partial \Phi'}{\partial y}; \quad U_z = \frac{\partial \Phi'}{\partial z}. \quad (18)$$

Величина  $\Phi'$  непосредственно механического смысла не имеет (по аналогии с термоупругим потенциалом перемещений). Эту величину можно назвать дополнительной работой [14], если функция вида  $U = \int \sigma d\varepsilon$  представляет собой заштрихованную площадь на рис. 2, то  $\Phi'$  дополняет её до площади со сторонами  $\sigma$  и  $\varepsilon$ .

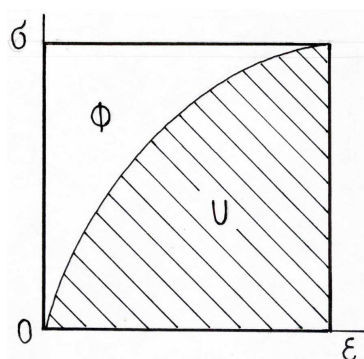


Рис. 2. График зависимости растяжений и деформаций упругого тела

Fig. 2. The dependence of tensile and deformation of an elastic body

Развивая термодинамический подход к задаче пучения, по аналогии с (14) и (15) запишем:

$$\nabla^2 \Phi' = \frac{1 + \mu}{1 - \mu} \beta \Delta W(z). \quad (19)$$

В (20) коэффициент  $\beta$  определим как коэффициент линейного расширения (сжатия) грунта при пучении (осадке) и придадим ему значение, равное относительному увеличению (уменьшению) объёма грунта при изменении его суммарной влажности на 1 % по сравнению с первоначальной для данного массива. Входящая в (20) функция вида  $\Delta W = \Delta W(z)$  есть функция изменения влажности промерзающего (оттаивающего) грунта за счёт миграции.

Если функция  $\Phi'$  определена таким образом, то решение задачи о напряжённо-деформированном состоянии сводится к нахождению компонент напряжений через составляющие перемещений по (19).

Рассмотрим способ определения введённой в выражение (20) функции  $\Delta W(z)$ . Деформации пучения проявляют себя с начала процесса кристаллообразования льда в грунте определённой, или критической влажности  $W_{cr}$  [15]. Она определяется расчётом. В предлагаемой нами модели за начальную влажность также принимаем значение  $W_{cr}$ , а величины  $\Delta W(z)$  будем находить как разности значений суммарной влажности  $W(z)$  на данной глубине СТС в определённый период промерзания и критической влажности  $W_{cr}$ . В общем случае задача усложняется из-за необходимости определения количества миграционной влаги. В наших примерах расчётов, приведенных далее, мы использовали данные натуральных экспериментальных исследований и тем самым обошли указанную трудность.

Очевидно, что в (20) функция  $\Delta W(z)$  формально описывает массообменные процессы обмена влаги между равными горизонтами. Если рассматривать характер изменения этой функции лишь в направлении вертикальной координаты, в том же направлении будет иметь место наложение на массоперенос и температурного фактора. Мы полагаем возможным ввести учёт теплопереноса при промерзании в данной модели через параметр  $\beta$ . В этом случае коэффициент линейного расширения грунта при пучении можно задавать в виде конкретных значений для различных литологических разностей грунтов и разных значениях температурного градиента, например в соответствии с исследованиями [20]. Подставляя численные значения  $\beta$ , определяемые опытным путём, в соответствующие расчётные формулы, приходим к простому виду выражения (20) и получаемым на его основе зависимостям для компонент напряжений и деформаций. В дальнейшем параметру  $\beta$  будем придавать одинаковые значения для промерзания (пучения) и оттаивания (осадки) одного и того же типа грунта, но из-за разнонаправленности в эти сезонные периоды процессов тепло- и массообмена учёт знака напряжений и деформаций будем осуществлять по знаку функции  $\Delta W(z)$ : если  $\Delta W(z) > 0$  – идёт пучение; если  $\Delta W(z) < 0$  – осадка.

Напряжения в любой точке за счет протекания процесса пучения находятся из формул (20) и (17); если  $W$  не зависит от координат  $x$  и  $y$ . При этом соответствующие компоненты тензора напряжений принимают вид:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= -2G \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial z^2} = -2G \frac{1+\mu}{1-\mu} \beta \Delta W(z) = -\frac{E\beta}{1-\mu} \Delta W(z); \\ \sigma_{yy} &= \sigma_{xx} = -\frac{E\beta}{1-\mu} \Delta W(z).\end{aligned}\quad (20)$$

Из (17) также следует, что  $\sigma_{zz} = 0$ .

Вертикальная деформация  $\varepsilon_{zz}$  пучения определяется по аналогии с (6) при условии, что  $\sigma_{zz} = 0$ . Тогда, с помощью (21)

$$\varepsilon_{zz} = -\frac{\mu}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \beta \Delta W(z) = -\frac{\mu}{E} \left( \frac{-2E\beta}{1-\mu} \Delta W(z) \right) - \beta \Delta W(z) = \frac{1+3\mu}{1-\mu} \beta \Delta W(z).\quad (21)$$

Вместе с тем необходимо учесть напряжения от действия собственного веса:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^{\gamma} &= -\sigma_{yy}^{\gamma} = -\lambda\gamma z; \\ \sigma_{zz}^{\gamma} &= -\gamma z,\end{aligned}\tag{22}$$

где  $\lambda = \frac{\mu}{1-\mu}$ ;  $\gamma$  – удельный вес [8].

В итоге суммарные величины напряжений определяются следующей системой уравнений:

$$\begin{cases}\sigma_{xx}^{\Pi} = \sigma_{xx} + \sigma_{xx}^{\gamma} + \sigma_{xx}^t \\ \sigma_{yy}^{\Pi} = \sigma_{yy} + \sigma_{yy}^{\gamma} + \sigma_{yy}^t \\ \sigma_{zz}^{\Pi} = \sigma_{zz} + \sigma_{zz}^{\gamma}.\end{cases}\tag{23}$$

Исходя из этого и принимая во внимание (22), получаем уравнения для определения величины пучения:

$$h_f = -\frac{1+3\mu}{1-\mu}\beta \int_0^h \Delta W(z) dz.\tag{24}$$

Нормальная сила морозного пучения, отнесённая к единице площади горизонтальной плоскости (нормальные напряжения), определится мощностью слоя, промёрзшего после выделенной плоскости:

$$\sigma_H = \int_{h_1}^{h_2} \sigma_{zz} dz,\tag{25}$$

где  $h_1$  – глубина выделенной плоскости, в которой определяется нормальная сила;  $h_2$  – текущая координата фронта промерзания.

Удельные касательные силы пучения (т. е. силы, соотнесённые с единицей площади, выделенной вертикальной плоскости) выражаются интегрированием касательных напряжений (17) по глубине слоя промерзания:

$$\begin{aligned}T_{xz} &= \int_{h_1}^{h_2} \sigma_{xz} dz \\ T_{yz} &= \int_{h_1}^{h_2} \sigma_{yz} dz,\end{aligned}\tag{26}$$

где  $0 \leq h_1 \leq h_2$ .

Таким образом, определяемые по (25) величины перемещений и по (26), (27) силовые факторы являются заключительными показателями расчёта собственно криогенного процесса.

В заключение следует отметить, что предложенный метод определения напряжённо-деформированного состояния глубоко промерзающих пород представляется эффективным для использования в практике инженерно-геологических изысканий и проектирования сооружений в условиях юга криолитозоны, так как он позволяет дать достоверную прогнозную оценку проявления криогенных процессов на вновь осваиваемых территориях, а также произвести инженерные расчёты величин усилий и перемещений воздействующих на реальное сооружение. При этом очевид-

но, что во втором случае требуется существенная детализация исходной информации для реализации термоупругой модели с использованием упрощений и эмпирических соотношений, представленных В. О. Орловым и другими в известных публикациях [10; 12; 15], которыми пользуется широкий круг специалистов в практической и исследовательской деятельности.

Работоспособность представленной модели подтверждена примером расчёта, удовлетворяющим требованиям, предъявляемым к решениям инженерных задач при проектировании объектов капитального строительства в условиях юга криолитозоны и в других регионах с подобными природными условиями.

Рассмотрим пример расчёта деформаций и напряжений криогенного пучения пород в естественных условиях залегания на опытном полигоне в районе г. Читы [13].

Определяющим фактором в представленной термоупругой модели криогенного пучения является изменение естественной влажности грунтов в результате её криогенной миграции (и фильтрации в при оттаивании сезонномёрзлого слоя) в поровом пространстве. Функциональная зависимость влажности пород в предзимний период  $W_I(z)$  от глубины слоёв  $z$  аппроксимируется с помощью метода наименьших квадратов

$$W_I(z) = 0,128 - 0,094z + 0,049z^2 - 0,034z^3,$$

где  $W_I(z)$  – в долях единицы;  $z$  – в метрах.

К началу периода оттаивания закон распределения влажности по глубине промёрзшего слоя имеет вид:

$$W_{III}(z) = 0,104 - 0,008z + 0,242z^2 - 0,093z^3.$$

Функция изменения влажности  $\Delta W(z)$  промерзающей породы за счёт миграции влаги численно определена следующим образом:

$$\Delta W(z) = W_{III}(z) - W_I(z) = -0,024 - 0,102z + 0,193z^2 - 0,059z^3.$$

Выходим на величину пучения дневной поверхности пород за сезон промерзания на основании

$$h_{\text{пуч}} = \frac{1 + 3\mu}{1 - \mu} \beta \int_0^h \Delta W(z) dz = \frac{1 + 3\mu}{1 - \mu} \beta \int_0^h (-0,024 - 0,102z + 0,193z^2 - 0,059z^3) dz.$$

Полагая в последнем выражении  $\mu = 0,3$ ;  $\beta = 0,77$ ;  $E = 100$  МПа;  $z = 2$  м, получим:

$$h_{\text{пуч}} = -\frac{0,77 \cdot 1,9}{0,7} (-0,048 - 0,204 + 0,515 - 0,236) = 0,056 \text{ м} = 5,6 \text{ см}.$$

Фактическое перемещение дневной поверхности по результатам замеров на опытном полигоне составило 4,4 см.

Определим также компоненты тензора напряжений  $\sigma_{xx}$ ;  $\sigma_{yy}$ ;  $\sigma_{zz}$  на глубинах 0, 1,0 и 2,0 м:

а)  $z = 0$ ;

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -110 \cdot (-0,024) = 2,64 \text{ кг/см}^2;$$

б)  $z = 1,0$ ;

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -110 \cdot (-0,024 - 0,102 + 0,193 - 0,059) = -0,88 \text{ кг/см}^2;$$

в)  $z = 2,0$ ;

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -110 \cdot (-0,024 - 0,102 \cdot 2 + 0,193 \cdot 4 - 0,059 \cdot 8) \cdot \frac{0,77}{0,7} = -7,92 \text{ кг/см}^2.$$

Знак «-» у численного значения величины горизонтальных напряжений указывает на то, что под действием пучения промерзающего массива на данном горизонте грунт сжат.

Очевидно, что смена знака горизонтальных напряжений происходит при  $\Delta W(z) = 0$ , т. е. на горизонте постоянной естественной влажности грунта.

#### **Выводы.**

1. Предложено решение задачи о моделировании криогенного пучения сезонно мёрзлого слоя тонкодисперсного грунта с использованием теории термоупругости, основанной на представлении об аналогии процесса криогенного пучения с деформированием нагреваемого тела.

2. За основной физический критерий изменения напряжённо-деформированного состояния принято изменение естественной влажности грунта. Связь этого параметра с характеристиками напряжённо-деформированного состояния грунта осуществлена через потенциал перемещений пучения  $\Phi$ .

3. Учёт теплопереноса в предложенной модели осуществляется через коэффициент линейного расширения грунта при пучении.

#### **Список литературы**

1. Абжалимов Р. Ш. Механическая модель взаимодействия морозоопасного грунтового основания с фундаментом // Геотехника. 2010. № 3. С. 28–34.
2. Гольдштейн М. Н. О боковом давлении грунта в состоянии покоя // Основания и фундаменты. Киев: Будевильник, 1984. Вып. 17. С. 16–22.
3. Гречищев С. Е., Чистотин А. В., Шур Ю. Л. Основы моделирования криогенных физико-геологических процессов. М.: Наука, 1984. 229 с.
4. Ершов Э. Д., Лебеденко Ю. П., Брушков А. В. Механизм и динамика развития деформаций и напряжений в промерзающих породах. Деформации и напряжения в промерзающих и оттаивающих породах. М.: Изд-во МГУ, 1985. 168 с.
5. Железняк И. И., Саркисян Р. М. Методы управления сезонным промерзанием грунтов в Забайкалье. Новосибирск: Наука, 1987. 119 с.
6. Зарецкий Ю. К. Приближённый метод расчёта сил нормального пучения // Материалы VIII Всесоюзного межведомственного совещания по геокриологии. Якутск. 1966. Вып. 8. С. 251–259.
7. Кудинов В. А., Карташов Э. М., Калашников В. В. Аналитические решения задач теплопереноса и термоупругости для многослойных конструкций: учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 2005. 430 с.



8. Маслов Н. Н. Основы механики грунтов и инженерной геологии. М.: Высш. шк., 1968. 213 с.
9. Орлов В. О. Криогенное пучение тонкодисперсных грунтов. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 185 с.
10. Орлов В. О., Ёлгин Б. Б., Железняк И. И. Морозное пучение грунтов в расчётах оснований сооружений. Новосибирск: Наука, 1987. 133 с.
11. Орлов В. О., Ким В. Х. Оценка давления морозного пучения пород на шахтную крепь. Проблемы горного производства Восточной Сибири. Новосибирск: Наука, 1991. С. 45–54.
12. Орлов В. О., Дубнов Ю. Д., Меренков Н. Д. Пучение промерзающих грунтов и его влияние на сооружения. М.: Стройиздат, 1977. 181 с.
13. Орлов В. О., Железняк И. И., Филиппов В. Д., Фурсов В. В. Пучинистые грунты как основания сооружений. Новосибирск: Наука, 1991. 130 с.
14. Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твёрдых тел. М.: Наука, 1977. 384 с.
15. Рекомендации по проектированию и расчёту малозаглубленных фундаментов на пучинистых грунтах. М.: НИИОСП, 1985. 60 с.
16. Рудых О. Л. Уточнение уравнений связи между напряжениями и деформациями в механике мёрзлых горных пород // Геотехнические исследования для транспортных сооружений Сибири. Новосибирск, 1985. С. 25–28.
17. Сенук Д. П. Измерение напряжений в породах месторождений Севера. Новосибирск: Наука, 1983. 192 с.
18. Hou S. The analysis of temperature and displacement coupling in freeze-thaw process of soil // Applied Mechanics and Materials. 2011. Vol. 97–98. P. 192–198.
19. Luo J., Tang L., Ling X., Geng L. Experimental and analytical investigation on frost heave characteristics of an unsaturated moderately expansive clay // Cold Regions Science and Technology. 2018. Vol. 155. P. 343–353.
20. Merzlyakov V. P., Rudykh O. L. On the coefficient of temperature expansion of frozen soils // Soil mechanics and foundation engineering. 2010. Vol. 47, Is. 5. P. 180–1800.
21. Zhang X., Liu G., Luan M., Yanshilixue Yu. Testing research on freezing-thawing character and structural evolvement regularity during freezing-thawing process of aeolian soil in western area of liaoning province // Gongcheng Xuebao / Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering. Vol. 27, Is. SUPPL. P. 2946–2952.
22. Zheleznyak I. I., Ivin I. A. Experimental and theoretical justification of designing a cable line exposed to cryogenic cracking // Soil mechanics and foundation engineering. 2018. Vol. 55, Is. 4. P. 284–290.

*Статья поступила в редакцию 21.03.2020; принята к публикации 24.04.2020.*

#### **Библиографическое описание статьи**

Железняк И. И., Ивин И. А., Гурулев А. А. Термоупругая модель криогенного пучения грунта в условиях юга криолитозоны // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 15, № 3. С. 102–116. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-102-116.

**Ilya I. Zheleznyak,**<sup>1</sup>

*Doctor of Technical Sciences,  
Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology  
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences  
(16a, Nedireziva st., Chita, 672014, Russia),  
e-mail: lgc255@mail.ru  
ORCID: 0000-0002-5080-8804*

**Igor A. Ivin,**<sup>2</sup>

*Scientific Employee,  
Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology  
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,  
(16a, Nedireziva st., Chita, 672014, Russia),  
e-mail: lgc255@mail.ru  
ORCID: 0000-0003-3557-4066*

**Aleksandr A. Gurulev,**<sup>3</sup>

*Candidate of physical and mathematical sciences,  
Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology  
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,  
(16a, Nedireziva st., Chita, 672014, Russia),  
e-mail: lgc255@mail.ru  
ORCID 0000-0003-2232-3583*

## Thermoelastic Model of Cryogenic Heaving of Finely Dispersed Soil

Based on the analysis of the results of experimental-theoretical studies of cryogenic heaving of soils, the possibility of using the theory of thermoelasticity to simulate the stress-strain state of a seasonally frozen layer of finely dispersed soil is substantiated. The solution of the problem of mathematical modeling of cryogenic heaving of soil with known initial and boundary conditions is presented. The solution is based on the use of the equations of the associated theory of thermoelasticity. The change in the natural soil moisture is taken as the main physical criterion for the change in the stress-strain state. The heat transfer in the proposed model is taken into account through the linear expansion coefficient of the soil during heaving. The purpose of the study is to develop a methodology for calculating the magnitude of the forces and displacements of the soil that affect the foundations of structures for various purposes.

**Keywords:** seasonally thawed soil, cryogenic swelling, stresses, deformations, thermoelasticity

### *Translit*

1. Abzhalimov R. SH. Mekhanicheskaya model' vzaimodejstviya morozoopasnogo gruntovogo osnovaniya s fundamentom // Geotekhnika. 2010. № 3. S. 28–34.

---

<sup>1</sup> I. I. Zheleznyak – the main author, is the organizer of the study, formulates the concept of the article, analyzes data, formulates conclusions.

<sup>2</sup> I. A. Ivin – Improves thermoelastic methods for calculating cryogenic heaving.

<sup>3</sup> A. A. Gurulev – Calculates deformations and stresses of cryogenic heaving according to field data.

2. Gol'dshtejn M. N. O bokovom davlenii grunta v sostoyanii pokoya // *Osnovaniya i fundamenty*. Kiev: Budevil'nik, 1984. Vyp. 17. S. 16–22.
3. Grechishchev S. E., CHistotinov A. V., SHur YU. L. Osnovy modelirovaniya kriogennyh fiziko-geologicheskikh processov. M.: Nauka, 1984. 229 s.
4. Ershov E. D., Lebedenko YU. P., Brushkov A. V. Mekhanizm i dinamika razvitiya deformacij i napryazhenij v promerzayushchih porodah. Deformacii i napryazheniya v promerzayushchih i ottaivayushchih porodah. M.: Izd-vo MGU, 1985. 168 s.
5. ZHeleznyak I. I., Sarkisyan R. M. Metody upravleniya sezonnyim promerzaniem gruntov v Zabajkal'e. Novosibirsk: Nauka, 1987. 119 s.
6. Zareckij YU. K. Priblizhennyj metod raschyota sil normal'nogo pucheniya // *Materialy VIII Vsesoyuznogo mezhdedomstvennogo soveshchaniya po geokriologii*. YAkutsk. 1966. Vyp. 8. S. 251–259.
7. Kudinov V. A., Kartashov E. M., Kalashnikov V. V. Analiticheskie resheniya zadach teplomassoperenosa i termouprugosti dlya mnogoslojnyh konstrukcij: ucheb. posobie dlya vuzov. M.: Vyssh. shk., 2005. 430 s.
8. Maslov N. N. Osnovy mekhaniki gruntov i inzhenernoj geologii. M.: Vyssh. shk., 1968. 213 s.
9. Orlov V. O. Kriogennoe puchenie tonkodispersnyh gruntov. M.: Izd-vo AN SSSR, 1962. 185 s.
10. Orlov V. O., YOlgin B. B., ZHeleznyak I. I. Moroznoe puchenie gruntov v raschyotah osnovanij sooruzhenij. Novosibirsk: Nauka, 1987. 133 s.
11. Orlov V. O., Kim V. H. Ocenka davleniya moroznogo pucheniya porod na shahtnyuyu krep'. *Problemy gornogo proizvodstva Vostochnoj Sibiri*. Novosibirsk: Nauka, 1991. S. 45–54.
12. Orlov V. O., Dubnov YU. D., Merenkov N. D. Puchenie promerzayushchih gruntov i ego vliyanie na sooruzheniya. M.: Strojizdat, 1977. 181 s.
13. Orlov V. O., ZHeleznyak I. I., Filippov V. D., Fursov V. V. Puchinistye grunty kak osnovaniya sooruzhenij. Novosibirsk: Nauka, 1991. 130 s.
14. Rabotnov YU. N. Elementy nasledstvennoj mekhaniki tvyordyh tel. M.: Nauka, 1977. 384 s.
15. Rekomendacii po proektirovaniyu i raschyotu malozaglublennyh fundamentov na puchinistyh gruntah. M.: NIOSP, 1985. 60 s.
16. Rudykh O. L. Utochnenie uravnenij svyazi mezhdru napryazheniyami i deformacijami v mekhanike myorzlyh gornyh porod // *Geotekhnicheskie issledovaniya dlya transportnyh sooruzhenij Sibiri*. Novosibirsk, 1985. S. 25–28.
17. Senuk D. P. Izmerenie napryazhenij v porodah mestorozhdenij Severa. Novosibirsk: Nauka, 1983. 192 s.
18. Hou S. The analysis of temperature and displacement coupling in freeze-thaw process of soil // *Applied Mechanics and Materials*. 2011. Vol. 97–98. P. 192–198.
19. Luo J., Tang L., Ling X., Geng L. Experimental and analytical investigation on frost heave characteristics of an unsaturated moderately expansive clay // *Cold Regions Science and Technology*. 2018. Vol. 155. P. 343–353.
20. Merzlyakov V. P., Rudykh O. L. On the coefficient of temperature expansion of frozen soils // *Soil mechanics and foundation engineering*. 2010. Vol. 47, Is. 5. P. 180–1800.
21. Zhang X., Liu G., Luan M., Yanshilixue Yu. Testing research on freezing-thawing character and structural evolvment regularity during freezing-thawing process of aeolian soil

in western area of liaoning province // Gongcheng Xuebao / Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering. Vol. 27, Is. SUPPL. P. 2946–2952.

22. Zheleznyak I. I., Ivin I. A. Experimental and theoretical justification of designing a cable line exposed to cryogenic cracking // Soil mechanics and foundation engineering. 2018. Vol. 55, Is. 4. P. 284–290.

*Received: March 21, 2020; accepted for publication April 24, 2020*

**Reference to article**

*Zheleznyak I. I., Ivin I. A., Gurulev A. A. Thermoelastic Model of Cryogenic Heaving of Finely Dispersed Soil // Scholarly Notes of Transbaikal State University. 2020. Vol. 15, No. 3. PP. 102–116. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-102-116.*

УДК 658.382

DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-117-121

*Ольга Валерьевна Номоконова,  
кандидат технических наук, доцент,  
Забайкальский горный колледж им. М. И. Агошкова  
(672039, Россия, г. Чита, ул. Баргузинская, 41),  
e-mail: ovnom@mail.ru  
ORCID: 0000-0001-5322-2908*

### **Об одном подходе к прогнозированию условий возникновения лесных пожаров**

Предложена методика прогнозирования условий возникновения лесных пожаров, которая позволяет заблаговременно принимать профилактические меры, снижающие убытки от них. В основе прогноза лежат понятия нечёткого множества и нечёткой логики. Такой подход позволяет дать более точный прогноз метеоусловий по сравнению с методами экстраполяции. В результате получен прогноз, одновременно оценивающий «пессимистическое» и «оптимистическое» представление о диапазоне ожидаемых значений рассматриваемой величины.

**Ключевые слова:** задача прогнозирования, логико-вероятностный метод, нечёткие множества, нечёткая логика, лингвистическая переменная, нечеткое число, функция принадлежности

Для разработки методов профилактики лесных пожаров и снижения убытков от них необходима методика прогнозирования условий возникновения пожаров. Как правило, прогноз, получаемый методом экстраполяции, получается неточным, т. к. возникают значительные трудности с определением вида кривой и для получения тренда проводится аналитическое выравнивание ряда динамики по прямой линии

$$u_i = at + b,$$

где  $t$  – единица времени. Очевидно, что при этом возникают существенные погрешности в прогнозе.

Учесть неопределённость, имеющуюся при прогнозировании метеоусловий на предстоящие периоды, можно, применяя лингвистическую переменную и методы нечёткой логики [3]. Например, метеоусловия относительно возникновения лесных пожаров можно представить лингвистическими значениями «плохие», «хорошие», «благоприятные», «неблагоприятные» и т. д.

При качественном анализе уровень пожарной опасности может быть определён терминами: «высокий», «низкий», «невысокий», «не низкий». Каждый из терминов характеризуется нечётким множеством  $A$ :

$$A = \{u_1/\mu_{1(A)}; u_2/\mu_{2(A)}; \dots; u_m/\mu_{m(A)}\},$$

где  $u_i$  – элементы множества,  $\mu_{i(A)}$  – функция принадлежности  $u_i$  нечёткому множеству  $A$ , при этом  $\mu \in [0, 1]$ .

В качестве универсального множества можно, например, принять множество

$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_{m-1}, u_m\},$$

где  $u_1$  – минимальная относительная влажность воздуха? %;

$u_2$  – средняя температура воздуха,  $C^o$ ;

$u_3$  – минимальная температура поверхности почвы,  $C^o$ ;

.....

$u_{m-1}$  – максимальная скорость ветра, м/с;

$u_m$  – количество осадков, мм.

Из имеющейся информации о метеоусловиях как минимум за пять периодов, можно определить динамику их изменения в соответствии с диаграммой совместных влияний, которая имеет вид

$$S_n \rightarrow S_{n+1},$$

где  $S_n$  и  $S_{n+1}$  – состояния метеоусловий в предыдущий и последующий периоды соответственно.

Исходя из общей тенденции к увеличению числа лесных пожаров, для состояния  $S_n$  положим  $A = \text{неблагоприятно} = \{u_i/\mu_i | \mu_i \in [0, 1], i = \overline{1, m}\}$ ; для состояния  $S_{n+1}$  положим  $B = \text{благоприятно} = \{u_j/\mu_j | \mu_j \in [0, 1], j = \overline{1, m}\}$ .

Найти предполагаемые значения  $u_i$  на  $(n+1)$ -й год можем, выполнив следующие действия [4]:

1. Определим нечёткое множество  $A$ :

$$A = \{u_1/\mu_{1(A)}; u_2/\mu_{2(A)}; \dots; u_m/\mu_{m(A)}\},$$

где

$$\mu_{i(A)} = \frac{1}{(n-1) \max(u_i)} \sum_{k=1}^{n-1} u_{i_k},$$

$\mu_{i(A)}$  – значение функции принадлежности элементов  $u_i$  нечёткому множеству  $A$ ;  $\max(u_i)$  – максимальное значение показателя  $u_i$  за весь рассматриваемый период времени.

2. Определим нечёткое множество  $B$ :

$$B = \{u_1/\mu_{1(B)}; u_2/\mu_{2(B)}; \dots; u_m/\mu_{m(B)}\},$$

где

$$\mu_{j(B)} = \frac{1}{n \max(u_j)} \sum_{k=1}^n u_{j_k}.$$

3. Найдём нечёткие множества  $\bar{A}$  и  $\bar{B}$ :

$$\bar{A} = \{u_1/\mu_{1(\bar{A})}; u_2/\mu_{2(\bar{A})}; \dots; u_m/\mu_{m(\bar{A})}\},$$

$$\bar{B} = \{u_1/\mu_{1(\bar{B})}; u_2/\mu_{2(\bar{B})}; \dots; u_m/\mu_{m(\bar{B})}\},$$

где

$$\mu_{i(\bar{A})} = 1 - \mu_{i(A)}, \quad \mu_{j(\bar{B})} = 1 - \mu_{j(B)}.$$

4. Найдём декартовы произведения нечётких множеств  $A \times B$  и  $\bar{A} \times \bar{B}$ , определяемые равенствами:

$$A \times B = \min [\mu_{i(A)}(u_i), \mu_{j(B)}(u_j)],$$

где  $u_i \in A, u_j \in B; i, j = 1, 2, \dots, m$ , и

$$\bar{A} \times \bar{B} = \min [\mu_{i(\bar{A})}(u_i), \mu_{j(\bar{B})}(u_j)],$$

где  $u_i \in \bar{A}, u_j \in \bar{B}; i, j = 1, 2, \dots, m$ .

5. Определим нечёткое отношение  $R = A \times B + \bar{A} \times \bar{B}$ , связывающее предшествующее и последующее состояния системы. При этом, если  $A \times B = X, \bar{A} \times \bar{B} = Y$ , то  $X + Y$  определяется выражением

$$\mu_{X \times Y}(a, b) = \max [\mu_X(a, b), \mu_Y(a, b)].$$

6. Установим нечёткое множество  $A^*$ , характеризующее состояние системы в период, предшествующий прогнозируемому:

$$A^* = \{u_1/\mu_{1(A^*)}; u_2/\mu_{2(A^*)}; \dots; u_m/\mu_{m(A^*)}\},$$

где

$$\mu_{i(A^*)} = \frac{u_i}{\max(u_i)}.$$

7. Найдем нечёткое множество  $B^*$ , характеризующее состояние системы на прогнозируемый период

$$B^* = A^* \circ R,$$

где  $\circ$  – (max-min)-композиция, определяемая как

$$\mu_{A^* \circ R}(a, (a, b)) = \max[\min(\mu_{A^*}(a), \mu_R(a, b))].$$

8. Ожидаемое состояние метеоусловий на  $(n + 1)$ -й год вычисляем по формуле:

$$u_i = \mu_{i(B^*)} \cdot \max(u_i), \quad i = 1, \dots, m.$$

Поскольку спрогнозированные показатели всегда являются приближёнными, то целесообразно задать их как нечёткие числа  $(L - R)$  типа [1]. Такое задание показывает одновременно «пессимистическое» и «оптимистическое» [2] представление о диапазоне ожидаемых значений рассматриваемой величины.

Таким образом, при малом ретроспективном периоде методика прогнозирования, основанная на понятии нечёткого множества и нечёткой логики, позволит обеспечить более точный прогноз метеоусловий, что не всегда может быть достигнуто методом экстраполяции.

#### *Список литературы*

1. Борисов А. Н., Крумберг О. А., Федоров И. П. Принятие решений на основе нечётких моделей. Примеры использования. Рига: Зинатне, 1990. 304 с.
2. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике. М.: Радио и связь, 1990. 228 с.
3. Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближённых решений: пер. с англ. М.: Мир, 1976. 165 с.
4. Номоконова О. В. Применение нечётких множеств в оценке и прогнозировании опасных ситуаций: дис. ... канд. техн. наук: 05.26.01. Челябинск, 2003. 100 с.

*Статья поступила в редакцию 23.03.2020; принята к публикации 30.04.2020*



**Библиографическое описание статьи**

Номоконова О. В. Об одном подходе к прогнозированию условий возникновения лесных пожаров // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 15, № 3. С. 117–121. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-117-121.

*Olga V. Nomokonova,*

*Candidate of Technical Science, Associate Professor,  
Transbaikal Mining College named after M. I. Agoshkov*

*(41 Barguzinskaya st., Chita, 672039, Russia),*

*e-mail: ovmom@mail.ru*

*ORCID: 0000-0001-5322-2908*

**About one Forecasting Approach Forest Fire Conditions**

A technique is proposed for predicting the conditions of forest fires, which allows you to take preventive measures in advance to reduce losses from them. The forecast is based on the concepts of fuzzy sets and fuzzy logic. This approach allows us to give a more accurate forecast of weather conditions compared with extrapolation methods. As a result, a forecast is obtained that simultaneously evaluates the "pessimistic" and "optimistic" ideas about the range of expected values of the quantity in question.

**Keywords:** forecasting problem, logical-probabilistic method, fuzzy sets, fuzzy logic

*Translit*

1. Borisov, A. N., Krumberg, O. A., Fedorov, I. P. Prinyatie reshenij na osnove nechyotkih modelej. Primery ispol'zovaniya. Riga: Zinantne 1990. 304 s.

2. Dyubua, D., Prad, A. Teoriya vozmozhnostej. Prilozheniya k predstavleniyu znanij v informatike. M.: Radio i svyaz'. 1990. 228 s.

3. Zade, L. A. Ponyatie lingvisticheskoj peremЕННОj i ego primenenie k prinyatiyu priblizhyonnyh reshenij: per. s angl. M.: Mir. 1976. 165 s.

4. Nomokonova, O. V. Primenenie nechyotkih mnozhestv v ocenke i prognozirovanii opasnyh situacij: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.26.11. Chelyabinsk. 2003. 100 s.

*Received: March 23, 2020; accepted for publication April 30, 2020*

**Reference to article**

Nomokonova O. V. About one Forecasting Approach Forest Fire Conditions // Scholarly Notes of Transbaikal State University. 2020. Vol. 15, No 3. PP. 117–121. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-117-121.

УДК 538.915, 538.956

DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-122-133

*Алексей Олегович Орлов,*  
кандидат физико-математических наук,  
Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН,  
(672014, Россия, г. Чита, ул. Недорезова, 16а),  
e-mail: Orlov\_A\_O@mail.ru  
ORCID: 0000-0003-2574-181X

## Обнаружение льда 0 в различных искусственных и природных средах<sup>1</sup>

Выполнены исследования новой модификации кристаллического льда – льда 0, которая может образовываться только из переохлаждённой воды. Для этого проведены эксперименты с различными пористыми средами, искусственными и природными, содержащими воду в порах нанометровых размеров. Измеряли диэлектрические параметры сред, а также некоторые их электрические свойства. К ним относятся коэффициенты отражения излучения увлажнённых силикатов на частоте 12.4 ГГц и поглощения в ветках и хвое сосны на частоте 5.3 ГГц, тангенс угла диэлектрических потерь силикатных сорбентов на частотах от сотен герц до сотен кГц, собственные электрические флуктуации в полосе частот 1 Гц... 100 Гц и пропускание электромагнитного излучения видимого диапазона через образцы из прозрачных диэлектриков с тонким слоем льда на их поверхности. Температурный диапазон для разных экспериментов достигал значений от +20 до –170 °С. Обнаружено увеличение интенсивности поглощённого (рассеянного) излучения на длине волны 0.52 мкм. Вблизи температур –20 ... – 24 °С обнаружены резкие изменения параметров увлажнённых силикатов и древесины сосны, которые можно объяснить образованием или деструкцией сегнетоэлектрического льда 0. Высказаны две возможные причины такого поведения параметров при образовании льда 0. Это возникновение высоко проводящего слоя на контакте сегнетоэлектрического льда с другим диэлектриком, а также возникновением в этом слое поверхностных плазмонов.

**Ключевые слова:** лёд 0, переохлаждённая вода, дистанционное зондирование, сегнетоэлектричество, электромагнитные свойства

**Введение.** В ряде работ зарубежных авторов опубликована информация о получении при компьютерном моделировании методами молекулярной динамики новой кристаллической модификации льда. Эту модификацию назвали «лёд 0», так как он предшествует образованию льдов  $I_h$  и  $I_c$  [17; 18; 22]. Этот лёд служит своего рода переходной ступенью от воды к льду. Трудность получения такого льда прежде всего состоит в том, что он образуется только из переохлаждённой воды при температурах ниже –23 °С. Вместе с тем, лёд 0 обладает особыми свойствами, что может

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 20-05-00563 «Образование льда 0 в различных природных средах и его влияние на их диэлектрические свойства.»

помочь его обнаружить, в то же время, создаёт аномалии свойств сред, в которых он образуется. Лёд 0 — сегнетоэлектрик [17].

Несмотря на то, что ранее представлено экспериментальное доказательство образования льда 0, прямое экспериментальное подтверждение его существования с использованием методов нейтронографии или комбинационного рассеяния видится проблематичным [4]. Поскольку количество льда 0, полученного в данной работе, может быть недостаточным для этих методов [12]. Переохлаждение до нужных температур в экспериментах получено с использованием нанопористых силикатных материалов с размерами пор в несколько нанометров. Получить достаточное количество переохлаждённой воды в объёме при этих температурах очень сложно, а область ниже  $-37^{\circ}\text{C}$  вообще считается недоступной для современных методов и называется в зарубежной литературе “no man’s land” [16].

В настоящее время минимальная температура, до которой удалось переохладить воду, не замкнутую в поровое пространство,  $-46^{\circ}\text{C}$  [20]. В этой работе исследовали капли воды микронных размеров при испарении их в вакууме. Однако кристаллическую фазу авторы не изучали.

Известно также, что в порах нанометровых размеров вода может переохлаждаться до температуры  $-90^{\circ}\text{C}$  [13]. В силикатных материалах свойства только слоя  $\sim 0,4 \dots 0,5$  нм определяют структуру поверхности пор, остальные слои, при диаметре пор больше 3 нм, близки свойствам объёмной метастабильной воды [8; 9; 23]. Поэтому данные материалы удобны для исследования свойств переохлаждённой объёмной воды. Чтобы получить её требуемые количества, необходимо использовать силикатные материалы с размерами пор  $> 2 \dots 6$  нм. В этом случае, согласно модифицированной формуле Гиббса – Томсона [24], температура таяния льда, например, в порах с размером 6 нм составляет  $\sim -20^{\circ}\text{C}$ . Однако такое переохлаждение недостаточно для эксперимента, поскольку значение перехода  $-23^{\circ}\text{C}$  является оценочным. Вместе с тем, дополнительное переохлаждение можно получить при режиме охлаждения среды (дополнительно на  $10^{\circ}\text{C}$ ) и использовании неполного заполнения пор водой (дополнительно на  $20^{\circ}\text{C}$ ) [19].

Помимо сложности получения переохлаждённой воды наблюдения льда 0 осложнены ещё и не установленными особенностями его образования и существования (режимы охлаждения, температурные границы и т. п.). На сайте профессора Chaplin’a лёд 0 назван компьютерным льдом из-за отсутствия прямых экспериментальных наблюдений [10].

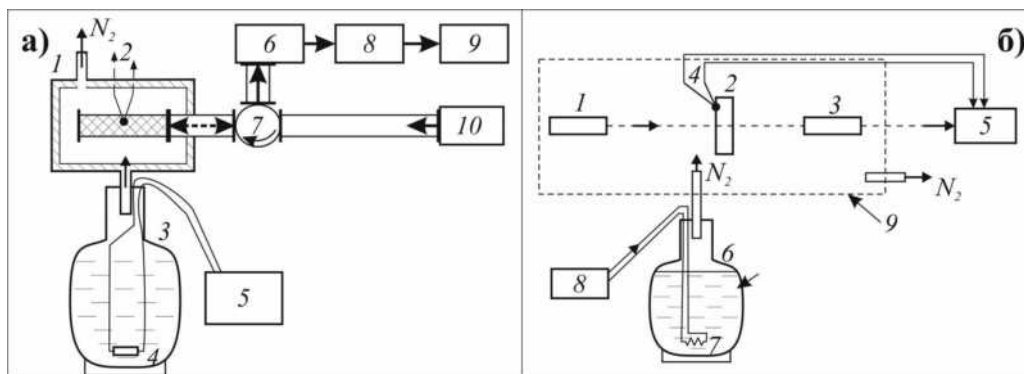
В данной работе исследовались экспериментальные показатели, которые могли бы указать на существование льда 0. Эти данные получены с использованием различных электрических измерений, более чувствительных к малым значениям массы сегнетоэлектрической фракции. Для обнаружения образования льда 0 использовались данные, касающиеся свойств этого льда. Во-первых, он образуется только из переохлаждённой воды при температурах ниже  $-23^{\circ}\text{C}$ , во-вторых, в этом льде возникает сегнетоэлектрическое упорядочение протонов кристаллической решётки. Дополнительно выполнены оптические измерения, чтобы определить спектральные области проявления льда 0.

**Методика эксперимента.** Так как воду для получения льда 0 надо было переохладить минимум до  $-23^{\circ}\text{C}$ , то использовалась вода, находящаяся в порах, размер которых изменялся в пределах  $3 \dots 9$  нм [17]. Температура переохлаждения в таком

случае определяется по формуле Гиббса – Томсона:  $\Delta T = (T_0 - T_m) = k/(r - t)$ , где  $T_0$  – температура таяния льда при нормальных условиях ( $T_0 = 0^\circ\text{C}$ );  $T_m$  – температура таяния в порах;  $k$  – характеризует материал пор и для воды принимает значение 58 К·нм [24];  $r$  – радиус пор,  $t = 0,38$  нм, и составляет  $15 \dots 52^\circ\text{C}$ . Из-за гистерезиса температуры замерзания воды удаётся получить дополнительное переохлаждение  $\sim 10^\circ\text{C}$ . Кроме того, температура замерзания дополнительно понижается на  $20^\circ\text{C}$  в случае, когда поры заполняются водой частично [19]. Дополнительно в порах фазовый переход происходит не скачком, а растягивается на интервал  $\sim 10^\circ\text{C}$ . В результате, при неполном заполнении пор водой в экспериментах удалось получить переохлаждение  $-45 \dots -82^\circ\text{C}$ .

Поскольку при образовании льда 0 резко изменяются электрические параметры образца, использовались методы экспериментов, чувствительные к этим свойствам. Например, определяли коэффициент отражения микроволнового излучения от границы «среда – воздух», исследовали прохождение микроволнового излучения через образец [2], который изменяется в момент фазового перехода жидкости в твёрдое тело [21]. Применяли метод низкочастотной диэлектрической спектроскопии [7] и исследования собственных низкочастотных электрических флуктуаций [4]. Определяли прохождение оптического излучения через тонкий слой льда, осаждённый на диэлектрической подложке. В оптических экспериментах основное влияние на отражение и рассеяние излучения играет высоко проводящий слой толщиной  $0,1 \dots 1$  нм на границе льда 0 и диэлектрика. Поэтому специальным режимом в холодильной камере получали образцы толщиной более 1 нм [1].

Схемы экспериментальных установок приведены на рис. 1.



**Рис. 1.** Схемы экспериментальных установок: а) микроволновых измерений коэффициента отражения: 1 – термостат, 2 – термопара, 3 – сосуд Дьюара с жидким азотом, 4 – резистор испаритель, 5 – источник питания испарителя, 6 – СВЧ-детектор, 7 – циркулятор, 8 – усилитель, 9 – система сбора информации, 10 – генератор шума; б) оптического просвечивания тонкой плёнки льда 0, конденсированной на прозрачную диэлектрическую пластину: 1 – лазер, 2 – диэлектрическая подложка, 3 – фотодетектор, 4 – термопара, 5 – система сбора информации, 6 – сосуд Дьюара с жидким азотом, 7 – резистор испаритель, 8 – стабилизированный источник питания испарителя, 9 – камера из полиэтилена

**Fig. 1.** Layout of the setups: а) microwave measurements of the reflection coefficient: 1 – thermostat, 2 – thermocouple, 3 – Dewar vessel with liquid nitrogen, 4 – resistor evaporator, 5 – source evaporator power supply, 6 – microwave detector, 7 – circulator, 8 – amplifier, 9 – data acquisition system, 10 – noise generator; б) optical transmission of a thin ice film 0 condensed onto a transparent dielectric plate: 1 – laser, 2 – dielectric substrate, 3 – photodetector, 4 – thermocouple, 5 – system information collection, 6 – Dewar vessel with liquid nitrogen, 7 – resistor evaporator, 8 – stabilized power supply of the evaporator, 9 – polyethylene camera

Микроволновые измерения коэффициента отражения по мощности ( $R$ ) выполняли на частоте 12.4 ГГц. При измерении коэффициента отражения на частоте увлажнённую среду помещали в прямоугольный волновод сечением  $23 \times 10$  мм<sup>2</sup> и длиной 140 мм (рис. 1а). Создавали плоскую границу среды в волноводе, длина его была выбрана такой, чтобы выполнить условие полубесконечной среды (то есть затухание на длине 140 мм было велико, и отражённый сигнал от второго конца волновода отсутствовал).

Измерения действительной ( $\varepsilon'$ ) и мнимой ( $\varepsilon''$ ) частей относительной диэлектрической проницаемости ( $\varepsilon$ ) выполнены на частотах 120...100 кГц. Схема установки схожа со схемами на рис. 1а, но вместо волноводных линий использовалась ёмкостная ячейка с квадратными электродами  $40 \times 40$  мм<sup>2</sup>, измерения выполнялись LCR-измерителем. Для определения областей фазовых переходов с резким изменением электрической доменной структуры найден тангенс угла диэлектрических потерь:  $tg\delta = \varepsilon''/\varepsilon'$ , который характеризует степень поглощения в среде электромагнитной энергии.

Измерения электрических шумов выполнены в полосе частот 1...100 Гц. На этих частотах сегнетоэлектрические материалы можно исследовать по возрастанию шумов, определяемых эффектом Баркгаузена [11]. Этот эффект связан с чувствительностью электрической доменной структуры к изменениям температуры, механических напряжений и других внешних воздействий на среду. Измерения также проводили в ёмкостной ячейке, но сигнал снимали специальным детектором с фильтром и усилителем.

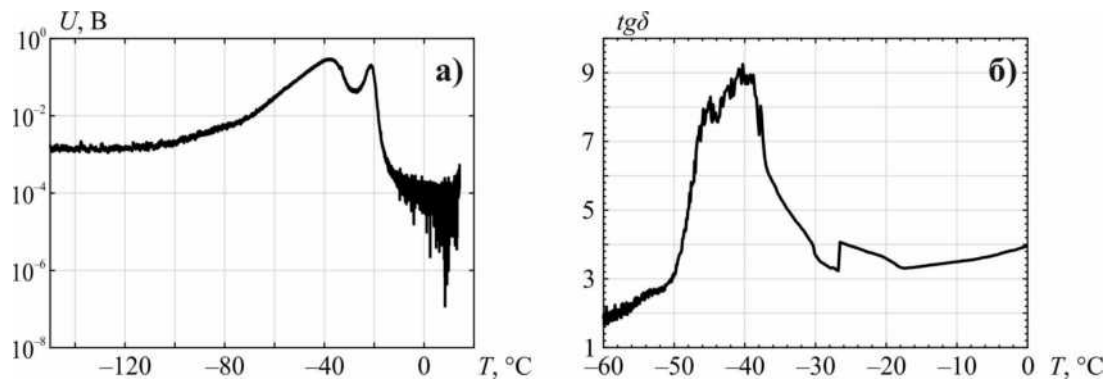
Оптические измерения выполнены с использованием маломощного полупроводникового лазера (1) – рис. 1б, на длину волны 0,52 мкм. Для получения образца в виде тонкой плёнки на диэлектрической пластинке камеру (9) охлаждали парами азота, которые, помимо охлаждения, вытесняли из камеры пары воды. После достижения подложкой (2) температуры ( $-150^\circ\text{C} \dots -170^\circ\text{C}$ ) камеру герметизировали и отключали испаритель азота (8). При дальнейшем процессе нагревания адсорбированные пары воды, испаряясь на нагреваемых поверхностях и диффундируя, конденсировались на более холодной подложке при температурах  $-120 \dots -70^\circ\text{C}$ . Во время температурных изменений выполняли измерения проходящей мощности излучения с использованием фотодетектора и усилителя (3). Для повышения чувствительности измерений использовали синхронное детектирование принимаемого излучения.

Все эксперименты сопровождалось измерением температуры термопарой с точностью около  $1^\circ\text{C}$ .

**Результаты экспериментов.** Результаты измерений, выполненных на низких частотах представлены на рис. 2.

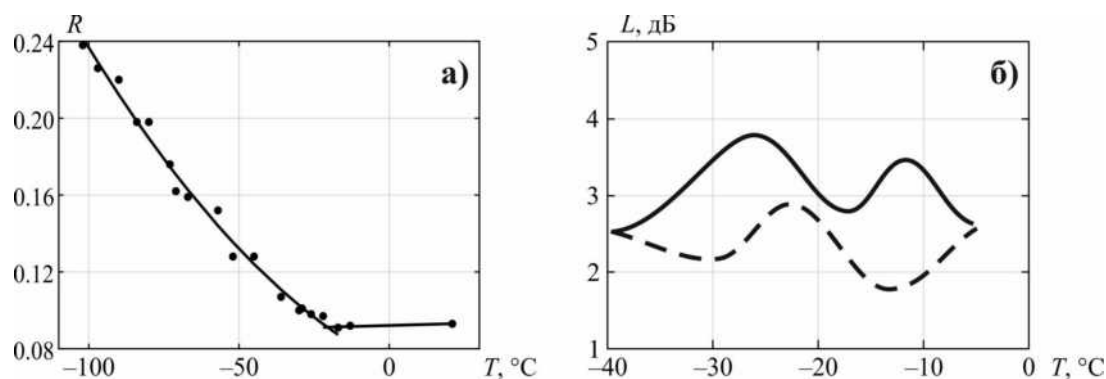
При измерениях собственных шумов образца при нагревании происходило их уменьшение при приближении к  $0^\circ\text{C}$  с несколькими фазовыми переходами, один из которых сопровождался несколькими импульсами поглощения тепла и начинался при  $\sim -21^\circ\text{C}$  [3]. Из измерений  $tg\delta$  видно, что при понижении температуры ниже  $-25^\circ\text{C}$  происходит фазовый переход, который сопровождается последующим повышением потерь в образце.

На рис. 3 отображены результаты измерений коэффициента отражения микроволнового излучения от образца увлажнённого силикатного материала и прохождения излучения на частоте  $\sim 5$  ГГц через хвою и ветки сосны, в которых содержатся поры до 2 нм.



**Рис. 2.** Температурные зависимости параметров увлажнённых образцов SBA-15 при низкочастотных измерениях: а) среднего значения амплитуды шумов в полосе частот 1...100 Гц при нагревании; б) тангенса угла диэлектрических потерь на частоте 120 Гц при охлаждении

**Fig. 2.** Temperature dependences of the parameters of wetted SBA-15 samples during low-frequency measurements: a) the average value of the noise amplitude in the frequency band 1...100 Hz when heated; b) the dielectric loss tangent at a frequency of 120 Hz during cooling



**Рис. 3.** Измерения в микроволновом диапазоне увлажнённых образцов: а) зависимость от температуры среды коэффициента отражения мощности микроволнового излучения от увлажненного силикагеля Acros в волноводе на частоте 12,4 ГГц при охлаждении; б) значение потерь пропускания мощности излучения ( $L$ ) хвои группы сосновых деревьев на частоте 5,3 ГГц при двухнедельных измерениях. Сплошной линией показаны данные при понижении температуры, штриховой – при повышении

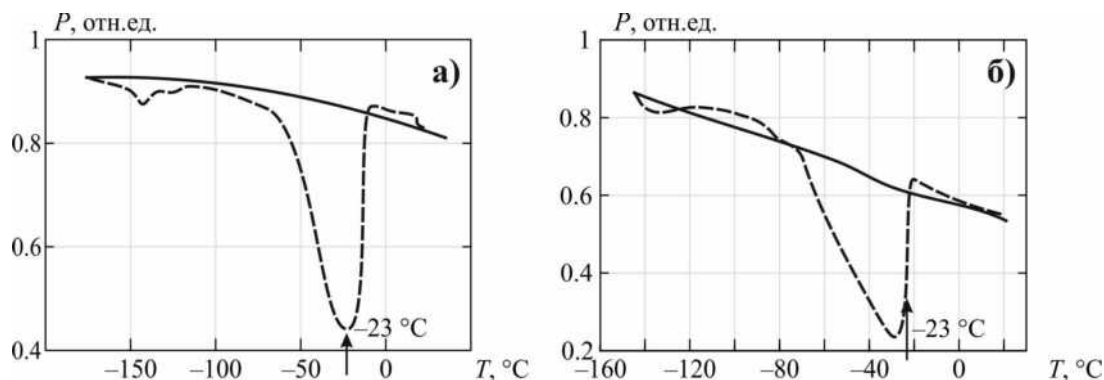
**Fig. 3.** Measurements in the microwave range of wetted samples: a) dependence of the reflection coefficient of the microwave radiation power on wetted Acros silica gel in a waveguide at a frequency of 12,4 GHz upon cooling; b) the value of the transmission power loss ( $L$ ) of the needles of a group of pine trees at frequency 5,3 GHz during two-week measurements. The solid line shows the data with decreasing temperature, the dashed line – data with increasing temperature

За время измерений влажность веток и хвои сосен существенно не изменялась, так как влажность воздуха была низкой, и осадки отсутствовали. Относительная

масса хвои по направлению луча  $\sim 65\%$ ; древесины веток  $\sim 35\%$ . Из графика на рис. 3б хорошо виден характерный гистерезиса потерь от температуры, причём при повышении температуры, когда большая часть воды должна быть в твёрдом состоянии и меньше поглощать электромагнитную энергию, наблюдается повышенное значение потерь.

Результаты оптических измерений поглощения излучения для двух прозрачных подложек из слюды и кварцевого стекла представлены на рис. 4.

Процесс охлаждения в этих экспериментах характеризуется плавным повышением мощности проходящего излучения, что, скорее всего, связано с постепенным вытеснением паров воды из камеры. При нагревании, как и ожидалось, наблюдалось понижение проходящей мощности при осаждении на подложке плёнки льда из паров при накоплении и избыточном давлении паров воды из-за разности температуры в центре и более тёплой периферии камеры.



**Рис. 4.** Температурные зависимости мощности лазерного излучения ( $P$ ), проходящего через пластинку с осаждённой на ней плёнкой льда: а) для слюдяной пластинки; б) для пластинки из кварцевого стекла. Сплошной линией показан процесс охлаждения, штриховой – нагревания

**Fig. 4.** Temperature dependences of the laser radiation power ( $P$ ) passing through a plate with an ice film deposited on it: a) for a mica plate; b) for a plate of quartz glass. The solid line shows the cooling process, dashed — heating process

**Обсуждение результатов.** При измерениях электрических шумов увлажнённых образцов для силикатного материала SBA-15 обнаружен выраженный гистерезис амплитуды шумов с их возрастанием на участке роста температуры после предварительного охлаждения образца. По сравнению с областью температур, где осуществляли охлаждение материала, напряжение шумов возрастало в 1000 раз. Повышение флуктуаций наблюдали при температурах ниже  $-60\text{ }^\circ\text{C}$ , то есть в этой области температур возникло сегнетоэлектрическое состояние воды в порах SBA-15. Амплитуда шума резко уменьшалась при нагревании выше  $-22\text{ }^\circ\text{C}$ . Как известно, гистерезис электрических параметров сред соответствует сегнетоэлектрическому состоянию [11].

График изменений  $tg\delta$  для увлажненного SBA-15 на частоте 120 Гц (рис. 2б) показывает возрастание этой величины от значения температуры  $\sim -25\text{ }^\circ\text{C}$  при охлаждении. При нагревании обнаружился гистерезис  $tg\delta$  с максимумом приблизительно

при этой же температуре. Эти результаты также можно объяснить возникновением и исчезновением сегнетоэлектрического льда с температурой перехода вблизи  $-25^\circ\text{C}$ , так как найденные в других экспериментах экстремумы  $\text{tg}\delta$  не зависят от частоты.

Результаты микроволновых измерений увлажнённых нанопористых силикатов показали существование особой температуры вблизи  $-20 \dots -22^\circ\text{C}$ . В этой области температур наблюдали резкое изменение графика коэффициента отражения по мощности излучения от границы «воздух – среда». Причём коэффициент отражения монотонно возрастал при понижении температуры до  $-100^\circ\text{C}$ . Этот эффект не связан с простым превращением воды в лёд  $Ih$  или  $Ic$ , так как образование льда при температурах ниже  $-20^\circ\text{C}$  приводит к понижению  $\epsilon'$  среды и уменьшению коэффициента отражения, определяемого по формуле:  $R = \left| \frac{(\sqrt{\epsilon}-1)}{(\sqrt{\epsilon}+1)} \right|^2$  [21].

Возможное объяснение наблюдаемого эффекта – образование при температурах ниже  $-22^\circ\text{C}$  такого льда, для которого статическая диэлектрическая проницаемость ( $\epsilon_s$ ) существенно превышает ту же величину для жидкой воды и льдов  $Ih$  или  $Ic$ . Сегнетоэлектрики, контактируя с диэлектриками, образуют в области контакта тонкий, порядка нанометра слой, с весьма высокой электропроводностью [14; 15]. Хотя этот слой имеет толщину в несколько нанометров, однако, из-за большой площади поверхности пор силикагеля значение  $\Delta\epsilon''$  для частоты около 10 ГГц порядка 10. Это объясняет возрастание  $R$  до 0.24.

В эксперименте по изучению вариаций микроволнового поглощения в ветках сосны в условиях естественных суточных изменений температуры окружающего воздуха в зимний период времени показано возникновение температурного гистерезиса (рис. 3б) при охлаждении до температур ниже  $-30 \dots -35^\circ\text{C}$ . Как уже говорилось ранее гистерезис электрических параметров соответствует сегнетоэлектрическому состоянию, тем более, что при повышении температуры наблюдались повышенные потери, что возможно, если существует образование высоко проводящих слоёв на границе льда 0 и стенок пор в древесине сосны.

В измерениях прохождения излучения лазера через осаждённую плёнку льда наблюдалось наличие характерного минимума после начала конденсации льда на подложке из различных диэлектриков, обладающих различной степенью гидрофильности. Коэффициент пропускания в области температур  $-40 \dots -23^\circ\text{C}$  понижался до значений  $0.1 \dots 0.5$ . Этот процесс, как и предполагали, наблюдается на ветви нагревания при прекращении притока и оттока газообразного азота.

Объяснение такого эффекта связывается с возникновением поверхностных плазмонов в трёхслойной среде с тонким слоем повышенной проводимости между двумя диэлектриками с шероховатыми поверхностями [5; 6]. Их возникновение приводит к поглощению и рассеянию падающих излучений даже от слоёв нанометровой толщины [1].

Вывод о том, что в процессе конденсации образуется именно лёд 0, следует из того наблюдаемого факта, что при температурах выше  $-23^\circ\text{C}$  для всех экспериментов пропадают аномалии их электрических исследуемых образцов. В этой области



температуры лёд 0 нестабилен и превращается в лёд  $I_h$  или  $I_c$ , согласно проведённым исследованиям [17; 18; 22].

**Выводы.** Выполненные исследования электрических характеристик увлажнённых нанопористых сред различными способами выявили аномалии их низкотемпературных электрических свойств. В случае нанопористых силикатных материалов все аномалии проявились при температурах вблизи  $-20 \dots -24^\circ\text{C}$ . Исследуемые параметры, особенно тангенс угла диэлектрических потерь и собственные электрические флуктуации, на низких частотах показывали гистерезис значений при циклическом изменении температуры. Все эти особенности можно объяснить появлением в среде льда 0, обнаруженного при моделировании [18]. В средах с более сложной структурой, например древесине сосны, аномалии электрических свойств наблюдали при температуре  $\sim -100^\circ\text{C}$  [2]. Установлен аномальный характер гистерезиса потерь, при котором их значения оказались выше для участка нагревания веток сосны, чем для участка охлаждения при одинаковых температурах. Таким образом, образование сегнетоэлектрического льда 0 по полученным данным возможно в пористых средах в широком интервале температур от  $-20$  до  $-100^\circ\text{C}$ .

Используемый способ циклического охлаждения — нагревания камеры при заполнении её холодными парами азота позволил получить плёнки льда 0 нанометровых толщин, выявленных при просвечивании подложек из диэлектрических материалов с осаждённым льдом с использованием лазера на длину волны  $0.52 \text{ мкм}$ . Из зависимостей интенсивности прошедшего излучения следует, что конденсированный лёд является льдом 0, так как выше температуры  $-23^\circ\text{C}$  наблюдали восстановление пропускания интенсивности излучения в соответствии с теоретическими исследованиями. Коэффициент пропускания интенсивности излучения лазера уменьшается до значений  $0.1 \dots 0.5$  в зависимости от площади покрытия плёнками льда поверхности подложки, что подтверждается степенью их гидрофильности. Этот эффект определяется тем, что на границе сегнетоэлектрического льда 0 с диэлектриком возникает высоко проводящий слой толщиной порядка нанометра. Поглощение и рассеяние в тонком слое связано с возникновением плазмонных колебаний и резонансных явлений.

Обнаруженная особенность может проявиться в стратосферных и мезосферных облаках при резких понижениях температуры и осаднении паров воды в виде льда 0 на пылевых диэлектрических частицах.

### Список литературы

1. Бордонский Г. С., Гурулев А. А., Орлов А. О. Пропускание электромагнитного излучения видимого диапазона тонким слоем льда 0, конденсированного на диэлектрическую подложку // Письма в ЖЭТФ. 2020. Т. 111, № 5. С. 311–315.
2. Бордонский Г. С., Гурулев А. А., Орлов А. О., Цыренжапов С. В. Вариации микроволновых потерь в ветках сосны при отрицательных температурах // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2018. Т. 15, № 5. С. 120–129.

3. Бордонский Г. С., Орлов А. О. Исследование сегнетоэлектрических фазовых переходов воды в нанопористых силикатах при совместных электрических шумовых и калориметрических измерениях // *Физика твёрдого тела*. 2014. Т. 56, вып. 8. С. 1575–1582.
4. Бордонский Г. С., Орлов А. О. Признаки возникновения льда «0» в увлажнённых нанопористых средах при электромагнитных измерениях // *Письма в ЖЭТФ*. 2017. Т. 105, № 7–8. С. 483–488.
5. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 664 с.
6. Климов В. В. Наноплазмоника. М.: Физмалит, 2009. 480 с.
7. Barsoukov E., Macdonald J. R. *Impedance Spectroscopy: Theory, Experiment, and Applications*. New York: Wiley, 2005. 608 p.
8. Castrillon S. R.-V., Giovambattista N., Arsay I. A., Debenedetti P. G. Evolution from surface-influenced to bulk-like dynamics in nanoscopically confined water // *J. of Phys. Chem. B*. 2009. Vol. 113. P. 7973–7976.
9. Cervený S., Mallamace F., Swenson J., Vogel M., Xu L. Confined Water as Model of Supercooled Water // *Chem. Rev.* 2016. Vol. 116, Is. 13. P. 7608–7625.
10. Chaplin M. Ice phases. URL: [http://www1.lsbu.ac.uk/water/ice\\_phases.html#computer](http://www1.lsbu.ac.uk/water/ice_phases.html#computer) (дата обращения: 22.04.2020). Текст: электронный.
11. Colla E. V., Chao L. K., Weissman M. B. Barkhausen noise in a relaxor ferroelectric // *Physical Review Letters*. 2002. Vol. 88, Is. 1. P. 17601-1/4.
12. Fukazawa H., Hoshikawa A., Ishii Y., Chakoumakos B. C., Fernandez-Baca J. A. Existence of Ferroelectric Ice in the Universe // *The Astrophysical Journal*. 2006. Vol. 652. No. 1. P. L57–L60.
13. Jiang Q., Liang L.H., Zhao M. Modelling of the melting temperature of nano-ice in MCM-41 pores // *J. of Physics: Condens. Matter*. 2001. Vol. 13. № 20. P. L397–L401.
14. Korobeynikov S. M., Drozhzhin A. P., Furin G. G., Charalambakos V. P., Agoris D. P. Surface conductivity in liquid-solid interface due to image force // *Proceedings of 2002 IEEE 14th International Conference on Dielectric Liquids. ICDL. 2002. Vol. 2. P. 270-273.*
15. Korobeynikov S. M., Melekhov A. V., Soloveitchik Yu. G., Royak M. E., Agoris D. P., Pyrgioti E. Surface conductivity at the interface between ceramics and transformer oil // *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2005. Vol. 38, Is. 6. P. 915–921.
16. Mishima O., Stanley H. E. The relationship between liquid, supercooled and glassy water // *Nature*. 1998. Vol. 396, Is. 6709. P. 329–335.
17. Quigley D., Alfe D., Slater B. Communication: On the stability of ice 0, ice i, and Ih // *The Journal of Chemical Physics*. 2014. Vol. 141. P. 161102-1/5.
18. Russo J., Romano F., Tanaka H. New metastable form of ice and its role in the homogeneous crystallization of water // *Nature materials*. 2014. Vol. 13. P. 733-793.
19. Schreiber A., Kotelsen I., Findenegy G.H. Melting and freezing of water in ordered mesoporous silica materials // *Phys. Chem. Chem. Phys.* 2001. Vol. 3. P. 1185-1195.
20. Sellberg J. A., Huang C., McQueen T. A., Loh N. D., Laksmono H., Schlesinger D., Sierra R. G., Nordlund D., Hampton C. Y., Starodub D., Deponte D. P., Beye M., Chen C., Martin A. V., Barty A., Wikfeldt K. T., Weiss T. M., Caronna C., Feldkamp J., Skinner L. B., Seibert M. M., Messerschmidt M., Williams G. J., Boutet S., Pettersson L. G. M., Bogan M. J., Nilsson A. Ultrafast X-ray probing of water structure below the homogeneous ice nucleation temperature // *Nature*. 2014. Vol. 510. No. 7505. P. 381–384.

21. Sharkov E. A. Passive Microwave Remote Sensing of the Earth: Physical Foundations. Berlin: Springer/PRAxis, 2003. 613 p.
22. Slater B., Quigley D. Crystal nucleation: Zeroing in on ice // Nature Materials. 2014. Vol. 13, No. 7. P. 670–671.
23. Solveyra E. G., Llave E., Scherlis D. A., Molinero V. Melting and Crystallization of Ice in Partially Filled Nanopores // J. Phys. Chem. B. 2011. Vol. 115, Is. 48. P. 14196–14204.
24. Webber B. Studies of nano-structured liquids in confined geometries and at surfaces // Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy. 2010. Vol. 56, Is. 1. P. 78–93.

*Статья поступила в редакцию 9.05.2020; принята к публикации 03.06.2020*

#### **Библиографическое описание статьи**

Орлов А. О. Обнаружение льда 0 в различных искусственных и природных средах // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 15, № 43. С. 122–133. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-122-133.

*Aleksey O. Orlov,  
Candidate of Physics and Mathematics,  
Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology  
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences  
(16a, Nedorezova, Chita, 672014, Russia),  
e-mail: Orlov\_A\_O@mail.ru  
ORCID: 0000-0003-2574-181X*

#### **Detection of Ice 0 in Various Synthetic and Natural Environments<sup>1</sup>**

Studies of a new modification of crystalline ice – ice 0, which can be formed only from supercooled water, have been performed. To do this, experiments were conducted with various porous media, artificial and natural, containing water in the pores of nanometer sizes. The dielectric parameters of the media, as well as some of their electrical properties, were measured. These include reflection coefficients of the radiation of moistened silicates at a frequency of 12,4 GHz and absorption in pine branches and needles at a frequency of 5,3 GHz, dielectric loss tangent of silicate sorbents at frequencies from hundreds of hertz to hundreds of kHz, intrinsic electrical fluctuations in a frequency band of 1 Hz...100 Hz and transmitting visible electromagnetic radiation through samples of transparent dielectrics with a thin layer of ice on their surface. The temperature range for different experiments reached values from +20 to –170 °C. An increase in the intensity of absorbed (scattered) radiation at a wavelength of 0,52 μm was detected. Near the temperatures –20...–24 °C, sharp changes were found in the parameters of moistened silicates and pine wood, which can be explained by the formation or destruction of ferroelectric ice 0. Two possible reasons for this behavior of the parameters during ice formation 0 are stated. This is the appearance of a highly conductive layer at the contact of ferroelectric ice with another dielectric, as well as the appearance of surface plasmons in this layer.

<sup>1</sup>This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project No. 20-05-00563 "Ice formation 0 in various natural environments and its effect on their dielectric properties".

**Keywords:** ice 0, supercooled water, remote sensing, ferroelectricity, electromagnetic properties

*Translit*

1. Bordonskij G. S., Gurulev A. A., Orlov A. O. Propuskanie elektromagnitnogo izlucheniya vidimogo diapazona tonkim sloem l'da 0, kondensirovannogo na dielektricheskuyu podlozhku // Pis'ma v ZHETF. 2020. T. 111, № 5. S. 311–315.
2. Bordonskij G. S., Gurulev A. A., Orlov A. O., Cyrenzhapov S. V. Variacii mikrovolnovykh poter' v vetkah sosny pri otricatel'nyh temperaturah // Sovremennye problemy distancionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa. 2018. T. 15, № 5. S. 120–129.
3. Bordonskij G. S., Orlov A. O. Issledovanie segnetoelektricheskikh fazovykh perekhodov vody v nanoporistykh silikatah pri sovместnykh elektricheskikh shumovykh i kalorimetriceskikh izmereniyah // Fizika tvyordogo tela. 2014. T. 56, vyp. 8. S. 1575–1582.
4. Bordonskij G. S., Orlov A. O. Priznaki vzniknoveniya l'da «0» v uvlazhnyonnykh nanoporistykh sredah pri elektromagnitnykh izmereniyah // Pis'ma v ZHETF. 2017. T. 105, № 7–8. S. 483–488.
5. Boren K., Hafmen D. Pogloshchenie i rasseyanie sveta malymi chasticami. M.: Mir, 1986. 664 s.
6. Klimov V. V. Nanoplazmonika. M.: Fizmalit, 2009. 480 s.
7. Barsoukov E., Macdonald J. R. Impedance Spectroscopy: Theory, Experiment, and Applications. New York: Wiley, 2005. 608 p.
8. Castrillon S. R.-V., Giovambattista N., Arsay I. A., Debenedetti P. G. Evolution from surface-influenced to bulk-like dynamics in nanoscopically confined water // J. of Phys. Chem. B. 2009. Vol. 113. P. 7973–7976.
9. Cervený S., Mallamace F., Swenson J., Vogel M., Xu L. Confined Water as Model of Supercooled Water // Chem. Rev. 2016. Vol. 116, Is. 13. P. 7608–7625.
10. Chaplin M. Ice phases. URL: [http://www1.lsbu.ac.uk/water/ice\\_phases.html#computer](http://www1.lsbu.ac.uk/water/ice_phases.html#computer) (data obrashcheniya: 22.04.2020). Tekst: elektronnyj.
11. Colla E. V., Chao L. K., Weissman M. B. Barkhausen noise in a relaxor ferroelectric // Physical Review Letters. 2002. Vol. 88, Is. 1. P. 17601-1/4.
12. Fukazawa H., Hoshikawa A., Ishii Y., Chakoumakos B. C., Fernandez-Baca J. A. Existence of Ferroelectric Ice in the Universe // The Astrophysical Journal. 2006. Vol. 652. No. 1. P. L57–L60.
13. Jiang Q., Liang L.H., Zhao M. Modelling of the melting temperature of nano-ice in MCM-41 pores // J. of Physics: Condens. Matter. 2001. Vol. 13. № 20. P. L397–L401.
14. Korobeynikov S. M., Drozhzhin A. P., Furin G. G., Charalambakos V. P., Agoris D. P. Surface conductivity in liquid-solid interface due to image force // Proceedings of 2002 IEEE 14th International Conference on Dielectric Liquids. ICDL. 2002. Vol. 2. P. 270-273.
15. Korobeynikov S. M., Melekhov A. V., Soloveitchik Yu. G., Royak M. E., Agoris D. P., Pyrgioti E. Surface conductivity at the interface between ceramics and transformer oil // Journal of Physics D: Applied Physics. 2005. Vol. 38, Is. 6. P. 915–921.
16. Mishima O., Stanley H. E. The relationship between liquid, supercooled and glassy water // Nature. 1998. Vol. 396, Is. 6709. P. 329–335.

17. Quigley D., Alfe D., Slater B. Communication: On the stability of ice 0, ice i, and Ih // The Journal of Chemical Physics. 2014. Vol. 141. P. 161102-1/5.
18. Russo J., Romano F., Tanaka H. New metastable form of ice and its role in the homogeneous crystallization of water // Nature materials. 2014. Vol. 13. P. 733-793.
19. Schreiber A., Kotelsen I., Findeney G.H. Melting and freezing of water in ordered mesoporous silica materials // Phys. Chem. Chem. Phys. 2001. Vol. 3. P. 1185-1195.
20. Sellberg J. A., Huang C., McQueen T. A., Loh N. D., Laksmono H., Schlesinger D., Sierra R. G., Nordlund D., Hampton C. Y., Starodub D., Deponte D. P., Beye M., Chen C., Martin A. V., Barty A., Wikfeldt K. T., Weiss T. M., Caronna C., Feldkamp J., Skinner L. B., Seibert M. M., Messerschmidt M., Williams G. J., Boutet S., Pettersson L. G. M., Bogan M. J., Nilsson A. Ultrafast X-ray probing of water structure below the homogeneous ice nucleation temperature // Nature. 2014. Vol. 510. No. 7505. P. 381–384.
21. Sharkov E. A. Passive Microwave Remote Sensing of the Earth: Physical Foundations. Berlin: Springer/PRAXIS, 2003. 613 p.
22. Slater B., Quigley D. Crystal nucleation: Zeroing in on ice // Nature Materials. 2014. Vol. 13, No. 7. P. 670–671.
23. Solveyra E. G., Llave E., Scherlis D. A., Molinero V. Melting and Crystallization of Ice in Partially Filled Nanopores // J. Phys. Chem. B. 2011. Vol. 115, Is. 48. P. 14196–14204.
24. Webber B. Studies of nano-structured liquids in confined geometries and at surfaces // Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy. 2010. Vol. 56, Is. 1. P. 78–93.

*Received: May 9, 2020; accepted for publication June 03, 2020*

#### **Reference to article**

*Orlov A. O.* Detection of Ice 0 in Various Synthetic and Natural Environments // Scholarly Notes of Transbaikal State University. 2020. Vol. 15, No. 3. PP. 122–133. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-122-133.

## НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

## SCIENTIFIC LIFE

### Из поколения победителей

### From the Generation of Winners

Многие фронтовики, прошедшие через бои Великой Отечественной войны, по её окончании становились выдающимися деятелями науки. Одним из таких учёных был Кирилл Яковлевич Кондратьев (14.06.1920–01.05.2006), доктор физико-математических наук, профессор, академик АН СССР и РАН, учёный-геофизик, обогативший науку об атмосфере и окружающей среде своими трудами, включающими более 100 монографий и 1 000 статей в отечественных и иностранных изданиях. Основные этапы деятельности К. Я. Кондратьева связаны с Ленинградским университетом, куда он вернулся после третьего ранения на фронтах Великой Отечественной войны и проработал около 30 лет, пройдя путь от ассистента до профессора, заведующего кафедрой физики атмосферы, проректора и ректора университета.

Его работы в области атмосферной радиации, спутниковой метеорологии, основоположником которой он по праву считается, в изучении планетных атмосфер, в создании дистанционных методов зондирования, в постановке и разработке актуальных проблем природопользования и охраны окружающей среды получили всеобщее признание в нашей стране и за рубежом. К. Я. Кондратьев – лауреат Государственной премии. Он удостоен Золотой медали Всемирной метеорологической организации, награждён многими боевыми и трудовыми орденами и медалями. Он был удостоен также многих почётных



Гвардии рядовой воздушно-десантной дивизии К. Я. Кондратьев (1943)

Guard of the ordinary airborne division  
K. Ya. Kondratyev (1943)

международных званий (почётный доктор университетов Афин, Будапешта и Лилля, почётный член Королевского метеорологического общества Великобритании, Американского метеорологического общества, Международной академии астронавтики и других профессиональных сообществ).



Многие годы его деятельность была связана с ГГО им. А. И. Воейкова (1971–1980), где он возглавлял отдел радиационных исследований, с Институтом озероветения РАН (1982–1992) и с Санкт-Петербургским научно-исследовательским центром экологической безопасности РАН.

*Камиль Шейхович Хайруллин*

УДК 517.958

**К 70-летию юбилею Владимира Александровича Толпаева**

**To the 70th Birthday Anniversary of Vladimir Aleksandrovich Tolpaev**

В этом году исполняется 70 лет доктору физико-математических наук, профессору Владимиру Александровичу Толпаеву, который живёт и работает в г. Ставрополе, является постоянным автором статей научного журнала «Учёные записки Забайкальского государственного университета» серии «Физика, математика, техника, технология».

В. А. Толпаев со своими учениками развивает теорию движения жидкости и газа к скважинам в естественных пластах, что имеет большой интерес при решении актуальных проблем нефте- и газодобычи. В указанных отраслях главной проблемой является увеличение и устойчивость дебита скважин, т. е. объёмов добываемой нефти и газа. При этом возникает множество сопутствующих задач прогнозирования, статистической обработки данных, построения математических моделей процессов и др.

В опубликованных статьях в журнале «Учёные записки Забайкальского государственного университета» В. А. Толпаев разработал математические методы краткого и среднесрочного прогнозирования динамики дебитов эксплуатационных скважин и динамики фильтрационно-ёмкостных параметров призабойных зон. Для решения задач прогнозирования им разработаны специальные вычислительные алгоритмы, в которых применяются современные методы статистической обработки данных, регрессионный и корреляционный анализы, теория временных рядов, теория приближения функций, методы кластерного и факторного анализов и методы регуляризации.



*Владимир Александрович  
Толпаев*

*Vladimir Aleksandrovich Tolpaev*



Сокурсники В. А. Толпаева по аспирантуре в МОПИ отмечают его творческий подход к решению задач, усидчивость, трудолюбие, и в то же время интеллигентность и порядочность. Тему своей кандидатской диссертации, связанную с фильтрационными процессами в анизотропных средах, он предложил и развил самостоятельно. До него анизотропией в аспирантуре никто не занимался.

После защиты докторской диссертации в 2004 г. В. А. Толпаев продолжил научные исследования совместно со своими учениками. Им подготовлены более десяти аспирантов, защитивших кандидатские диссертации по физико-математическим и техническим наукам. В 2019 г. докторант В. А. Толпаева успешно защитил диссертацию на соискание учёной степени доктора технических наук. В настоящее время Владимир Александрович работает в Северо-Кавказском научно-исследовательском проектном институте природных газов и является ведущим научным сотрудником лаборатории разработки информационных систем.

Редакция журнала «Учёные записки Забайкальского государственного университета» сердечно поздравляет Владимира Александровича Толпаева с юбилеем и желает ему крепкого здоровья, новых результатов в его научной работе и продолжения сотрудничества с журналом.

*Коллектив редакции научного журнала*

***Список статей В. А. Толпаева в журнале «Учёные записки  
Забайкальского государственного университета»***

1. Толпаев В. А., Ахмедов К. С., Колесников А. В. Новое представление уравнения притока газа к скважине и его связь со стандартной формой // Учёные записки Забайкальского государственного гуманитарно-педагогического университета им. Н. Г. Чернышевского. Серия «Физика, математика, техника, технология». 2010. № 2. С. 137–138.

2. Гасумов Р. А., Толпаев В. А., Кондренко О. С. Вывод системы уравнений для приближённого расчета температуры бурового раствора при проводке скважины в многолетнемёрзлой породе // Учёные записки Забайкальского государственного гуманитарно-педагогического университета им. Н. Г. Чернышевского. Серия «Физика, математика, техника, технология». 2011. № 3. С. 60–64.

3. Толпаев В. А., Колесников А. В. Новый метод построения формул перехода для решения задач фильтрации в изотропных неоднородных пластах // Учёные записки Забайкальского государственного гуманитарно-педагогического университета им. Н. Г. Чернышевского. Серия «Физика, математика, техника, технология». 2012. № 3. С. 122–125.

4. Толпаев В. А., Ахмедов К. С., Гоголева С. А. Исследование эксплуатационных режимов подземных хранилищ газа методом схмотехнического моделирования // Учёные записки Забайкальского государственного университета. Серия «Физика, математика, техника, технология». 2013. № 3. С. 110–116.

5. Толпаев В. А., Евенко И. А. Математические модели плоскорадиальной фильтрации газа по закону Форхгеймера к вертикальной скважине // Учёные записки Забайкальского государственного университета. Серия «Физика, математика, техника, технология». 2013. № 3. С. 117–120.

6. Толпаев В. А., Гоголева С. А. Математические модели для обработки данных газогидродинамических исследований скважин // Учёные записки Забайкальского государственного университета. Серия «Физика, математика, техника, технология». 2014. № 3. С. 95–99.

7. Толпаев В. А., Кравцов А. М. Метод средневзвешенных потенциалов в практических задачах нефтегазодобывающей отрасли // Учёные записки Забайкальского государственного университета. Серия «Физика, математика, техника, технология». 2015. № 3. С. 98–111.

8. Толпаев В. А., Ахмедов К. С., Кравцов А. М., Петросянц М. Т. Эмпирическая модель движения газожидкостных потоков в вертикальных лифтовых трубах газовых скважин // Учёные записки Забайкальского государственного университета. Серия «Физика, математика, техника, технология». 2016. Т. 11, № 4. С. 45–58.

9. Толпаев В. А., Кравцов А. М., Петросянц М. Т., Бондаренко М. А. Одна задача аппроксимации комплексов технологических данных методами нечёткой логики // Учёные записки Забайкальского государственного университета. Серия «Физика, математика, техника, технология». 2017. Т. 12, № 4. С. 15–23.

10. Толпаев В. А., Ахмедов К. С., Кравцов А. М., Петросянц М. Т. Квазистационарная динамическая модель течения флюида к скважине // Учёные записки Забайкальского государственного университета. Серия «Физика, математика, техника, технология». 2018. Т. 13, № 4. С. 24–32.

11. Толпаев В. А., Бондаренко М. А., Захаров В. В., Кравцов А. М., Петросянц М. Т. Прикладная модель фильтрации сжимаемой жидкости к скважине в пористой среде // Учёные записки Забайкальского государственного университета. Серия «Физика, математика, техника, технология». 2019. Т. 14, № 3. С. 12–23.

# ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

## GUIDELINES FOR AUTHORS

Редакция принимает **не опубликованные** ранее материалы объёмом до 1 п. л. (40 000 знаков с пробелами), выполненные в жанрах:

Жанр	Минимальный объём
статья теоретического и эмпирического характера, содержащая основные научные результаты, полученные автором	0,5 п. л. (20 000 знаков)
научные доклады	0,3 п. л. (12 000 знаков)
научные обзоры рецензии	0,2 п. л. (8 000 знаков)

### В редакцию НЕОБХОДИМО ПРЕДСТАВИТЬ:

1. Электронный вариант статьи. В имени файла указывается фамилия автора и название статьи.
2. Электронный вариант заполненного лицензионного договора.
3. Отзыв научного руководителя с указанием новизны и достоверности исследования, если автор статьи – аспирант.
4. Личная карточка автора — сведения об авторе/авторах.

### СТРУКТУРА СТАТЬИ, ПРЕДСТАВЛЯЕМОЙ В РЕДКОЛЛЕГИЮ ЖУРНАЛА

**Отрасль науки (рубрика журнала)**

**Код:** УДК, ORCID

**Инициалы, фамилия автора** приводятся на русском и английском языках. Количество соавторов в статье может быть не более 5. При наличии соавторов первым указывается ответственный/основной автор. На русском и английском языках даётся описание вклада в исследование каждого автора (по 1 предложению).

**Город, страна** на русском и английском языках.

**Место работы** (постоянное и при наличии — место выполнения научного проекта) — на русском и английском языках.

**Почтовый адрес** — на русском и английском языках.

**Источники финансирования статьи** (при их наличии) – на русском и английском языках.

**Название статьи** – на русском и английском языках строчными буквами (не заглавными).

**Аннотация:** 150–200 слов на русском и английском языках. Текст аннотации должен включать основные результаты статьи: актуальность, методы, выводы исследования. Аннотация не должна содержать каких-либо ссылок.

**Ключевые слова или словосочетания** (5–7 терминов) отделяются друг от друга запятой. Приводятся на русском и английском языках.

**Основной текст статьи**, содержащий следующие блоки: вводную часть, данные о методологии и методике исследования, результаты исследования, обсуждение результатов, заключение — выводы. **Название блоков выделяется полужирным шрифтом.**

Статья должна иметь внутритекстовые ссылки на цитируемые источники. Ссылки приводятся в квадратных скобках с указанием порядкового номера в списке литературы и страницы, например [1, с. 25]. Несколько источников отделяются друг от друга точкой с запятой, например [1; 3; 4].

**Список литературы** указывается в алфавитном порядке и должен включать не менее 10 источников. Желательно, чтобы в нём были представлены зарубежные источники. Литература на иностранных языках должна следовать за литературой на русском языке.

Учебные пособия, публицистика, архивы, справочные, словарные и законодательные материалы являются источниками, не входят в список литературы и выносятся в текст статьи в виде подстрочных ссылок (сноски внизу страницы). Маркер сноски — арабская цифра, нумерация — постраничная.

Список литературы оформляется согласно ГОСТу Р 7.0.5-2008. Для каждого источника обязательно указываются издательство, общее количество страниц.

**Самоцитирование** допускается в объёме не более 20 % от общего количества источников в списке литературы.

**Объём** цитирования в статье должен составлять не более 30 % от общего объёма статьи.

## ТЕХНИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ СТАТЬИ

**Рабочие языки:** русский и английский.

**Общие требования:** формат — А4, ориентация — книжная.

**Параметры страницы:** верхнее и нижнее поля — 2; левое и правое поля — 2,5. Шрифт Arial, кегль 14, интервал полуторный. Отступ первой строки — 1,25. Текст без переносов, выравнивание по ширине.

При использовании дополнительных шрифтов при наборе статьи следует представить их в редакцию.

При наличии в статье других языков необходимо дублировать статью в формате PDF.

На последней странице статьи указывается, что «статья публикуется впервые», ставятся дата и ФИО автора(-ов). Статья должна быть со сквозной нумерацией. На последней странице указывается, что «статья публикуется впервые», ставятся дата и подпись.

**Особенности набора слов, цифр, формул, единиц измерения:**

Единицы измерения отделяются от символов и цифр, к которым они относятся. Следует различать: О (буква) и 0 (ноль), 1 (единица) и I (римская единица или буква «и») и т. д. Необходимо отличать дефис (-) и тире (—). Не следует заменять букву «ё» на «е».

**Таблицы** оформляются в формате Word, должны быть озаглавлены и иметь сквозную нумерацию в пределах статьи, обозначаемую арабскими цифрами, например, *таблица 1*, в тексте ссылки нужно писать сокращённо *табл. 1*. Содержание таблиц не должно дублировать текст. Слова в таблицах должны быть написаны полностью, верно должны быть расставлены переносы. В ячейке таблицы в конце предложения точка не ставится.

**Рисунки** оформляются только в чёрно-белом варианте (графики, диаграммы — формат Excell, схемы, карты, фотографии), приводятся со сквозной нумерацией (арабскими цифрами) и везде обозначаются сокращённо, например *рис. 1*. Предоставляются в формате jpg (разрешение не менее 300 т/д) отдельными файлами с указанием его порядкового номера, фамилии автора(-ов) и названия статьи. Размер рисунка 170 × 240 мм. Все детали рисунка при его уменьшении должны хорошо различаться. Все **подрисуночные подписи на русском и английском языках** прилагаются отдельным списком в конце статьи. Объём рисунков не должен превышать  $\frac{1}{4}$  объёма статьи.

## **ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К СТАТЬЯМ ПО НАПРАВЛЕНИЮ «ФИЗИКА, МАТЕМАТИКА, ТЕХНИКА, ТЕХНОЛОГИЯ»**

Предоставляемые файлы должны обладать расширением **.tex** и **.pdf**. Издательство использует систему вёрстки miktex для Windows версии не ниже 2.7. Перечень используемых подпакетов в файле-образце.

С сайта необходимо скачать образец оформления статьи (с готовыми настройками).

**Материалы, не соответствующие предъявленным требованиям, к рассмотрению не принимаются.**

**Авторы несут полную ответственность за ссылочный аппарат, подбор и изложение фактов, представленных в статье.**

**Почтовые расходы по пересылке авторского экземпляра журнала составляют 200 р.**



**Пакет документов, необходимый для опубликования материалов, отсылается по электронной почте: [zab-nauka@mail.ru](mailto:zab-nauka@mail.ru).**

**Адрес редакции:**  
672007, г. Чита, ул. Бабушкина, 129.  
Забайкальский государственный университет.  
Редакция научных журналов (каб. 126).

**Ответственный секретарь**  
Седина Елена Витальевна  
Тел. +7(3022) 35-24-79, e-mail: [zab-nauka@mail.ru](mailto:zab-nauka@mail.ru)